

Undersökning av ett kölskydd för segelbåtar



Johan Andersson och Oscar Björklund

Handledare: Docent Bo Torstenfelt
Linköpings universitet

Institutionen för ekonomisk och industriell utveckling,
avdelningen för hållfasthetslära

Linköping

2007-08-29

Sammanfattning

I detta arbete har nyttan av ett så kallat kölskydd utvärderats. Kölskyddet består av ett dämpande material vilket monteras direkt på kölen för att minska den maximala kollisionskraften och på så sätt minska risken för bestående skador på skrov och köl.

Problemet med grundstötta segelbåtar är välkänt och kostar försäkringsbolagen stora summor varje år. För större båtar finns det dessutom få platser där de kan repareras vilket i sin tur leder till dyra transportkostnader. En konstruktion vars syfte är att minska kollisionskraften och på så sätt även skador samt omkostnader gynnar därför både båtägare och försäkringsbolag.

Arbetet bygger på en mekanikmodell där rörelsen för en segelbåt beskrivs under en grundkollision. Ur denna modell har den maximala kollisionskraften och segelbåtens rörelse strax efter kollisionen beräknats.

För att studera hur valet av material i kölskyddet påverkar reduceringen av den maximala kollisionskraften har olika materialmodeller använts. I detta arbete har kölskydd av naturgummi, nitrilgummi och aluminiumskum studerats och utvärderats. Kraftreduceringsförmågan för de olika materialen har jämförts mot varandra samt mot fallet då inget skydd monterats.

Resultaten visar att kollisionskraften kan reduceras med 44-86 % då en grundstötning sker med den initiella hastigheten 5 knop. Detta visar på att ett kölskydd har goda möjligheter att minska risken för bestående skador vid en grundstötning.

Innehållsförteckning

1	Inledning.....	3
1.1	Bakgrund.....	3
1.2	Syfte.....	4
1.3	Metod.....	4
1.4	Begränsningar.....	4
2	Grundläggande antaganden.....	5
2.1	Skrovform.....	5
2.2	Massfördelning.....	6
2.3	Lyftkraft.....	6
2.4	Tröghetskrafter från vattnet.....	6
2.5	Initiell hastighet.....	6
3	Mekanik.....	7
3.1	Kraft- och momentjämvikt.....	7
3.2	Reologisk modell.....	8
4	Egenskaper hos lämpliga material.....	9
4.1	Utan kölskydd.....	9
4.2	Gummi.....	9
4.3	Aluminiumskum.....	10
5	Materialmodeller.....	11
5.1	Utan kölskydd.....	11
5.2	Gummi.....	11
5.2.1	Nitrilgummi.....	12
5.2.2	Naturgummi.....	13
5.2.3	Aluminiumskum.....	13
6	Resultat.....	14
6.1	Utan kölskydd.....	14
6.2	Nitrilgummi.....	14
6.3	Naturgummi.....	14
6.4	Aluminiumskum.....	14
6.5	Jämförelse.....	14
7	Diskussion.....	15
8	Vidare arbete.....	16
	Referenser.....	17
	Tryckta källor.....	17
	Otryckta källor.....	17
	Bilaga 1, Jämförelse av maximala krafter.....	18
	Bilaga 2, Jämförelser mellan olika materialmodeller.....	19
	Kollisionshastighet 5 knop.....	19
	Kollisionshastighet 10 knop.....	21
	Bilaga 3, Inverkan av skilda Cd.....	23
	Bilaga 4, Materialmodeller.....	26

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Att en segelbåt kolliderar med ett grund är ett klassiskt problem för många segelbåtsägare. Ofta innebär det en allvarlig skada på skrovet vilket kräver en omfattande och avancerad reparation. Reparationen blir i de flesta fall mycket dyr och ibland måste båten dessutom transporteras en lång väg för att placeras i en lämplig torrdocka. Utvecklingen mot allt smalare kölar har också ökat problemet vilket har lett till att försäkringsbolagen tvingats höja försäkringspremien för större segelbåtar.

Det pågår ständig forskning för att försöka minimera uppkomna skador vid en grundkollision men oftast söks lösningar vid kölens infästning. Det handlar då om att med hjälp av rätt materialsammansättning i skrovet få detsamma att motstå bestående skador. Företaget Svenska Koster söker däremot en lösning på problemet genom att applicera en deformationszon på kölén. Deras lösning innebär att ett gummiskydd monteras på kölens nedre del, se figur 1 och 2. Skyddet spacklas på kölén utan att kölens totala massa påverkas nämnvärt och fylls delvis med vatten för att ta upp kollisionens energi. Svenska Koster uppger själva att det har skett tre grundstötningar med segelbåtar försedda med kölskyddet och att alla dessa gett positiva resultat ur ett skademässigt perspektiv. Hur kölskyddet påverkar båtens seglingsegenskaper är dock fortfarande relativt okänt eftersom det ännu inte finns så många segelbåtar utrustade med detta skydd.

Svenska Koster har ännu inte sålt så många kölskydd men flera tillverkare har planer på att integrera ett kölskydd vid tillverkningen av kölén och försäkringsbolag sänkte under 2006 självriskén för båtägare med monterat kölskydd.

För att få en bild av marknaden och intresset av den lösning vilken i detta arbete studeras gjordes ett besök till båtmässan i Göteborg. Uppenbart blev att omkostnaderna för kollisionsskador är stora samt kraftigt ökande och försäkringsbolagen påvisade ett stort intresse för att om möjligt minska dessa.



Figur 1 *Montering av kölskydd.*
(Bildén tagen från Svenska Kosters hemsida)



Figur 2 *Färdigmonterat kölskydd.*
(Bildén tagen från Svenska Kosters hemsida)

1.2 Syfte

Målet med detta arbete är att undersöka om det med hjälp av en krockzon på en segelbåtsköl är möjligt att sänka den maximala kollisionskraften då en större segelbåt går på grund. Arbetet ska försöka svara på frågan om en sådan zon kan reducera kollisionskraften utan att båtens seglingsegenskaper eller kölens funktion missgynnas.

Idag existerar en lösning där en stötfångare i gummi används vid kölens nedre, främre punkt. Liknande lösningar kommer i detta arbete att utvärderas tillsammans med en konstruktion där plastisk deformation sker.

1.3 Metod

För att skapa en skrovform med god realistisk anknytning valdes segelbåten Hallberg-Rassy 53 till förebild. Denna gestaltades med ett flertal matematiska funktioner i en mekanikmodell, vilken skapats för att beskriva skrovets rörelse. Med denna modell kunde de volymmetriska krafter vilka används i mekanikmodellens rörelseekvationer beräknas. Kölskyddets och kölens förskjutning vid en kollision beskrevs med en reologisk modell i form av två seriekopplade fjädrar.

För att kunna applicera ett kölskydd i önskat material var det därefter nödvändigt att finna materialmodeller för lämpliga material. Totala kraft-förskjutningssamband för kölens togs fram vilket slutligen gav de resultat vilka finns presenterade i detta arbete.

1.4 Begränsningar

För att kunna studera problemet har vissa förenklingar och antaganden varit nödvändiga. Båten antas ha möjlighet att röra sig fritt i vertikallplanet men inte i sidled. Vid en verklig grundstötning är ytterligare rörelser givetvis möjliga och kollisionen kan även träffa snett mot kölens. På grund av detta antas vidare att båten vid kollisionen aldrig har slagsida, d.v.s. att den alltid har masten i vertikallplanet.

För att få en realistisk skrovform har studier av några båttillverkarens planritningar och skisser gjorts. Dock har kölens generaliserats på så sätt att den inte antas ha någon volym. Detta har gjorts för att förenkla modellen och på så sätt spara datorkraft.

Själva grundet har här antagits vara helt styvt. Detta kan givetvis anses både rimligt och orimligt beroende på miljö men det är ett extremfall lämpligt att dimensionera efter. Kollisionen antas ske vid kölens nedersta punkt som även sammanfaller med den punkt i höjddled vid vilken kölens tyngdpunkt är placerad. Detta bör vara de absolut vanligaste kollisionfallen och därför görs alla simuleringar för kollisioner i denna punkt.

Det intressanta i studien är att studera den maximala kollisionskraften och därför begränsas problemet till att endast behandlas fram till dess att ett maximum uppnåtts.

2 Grundläggande antaganden

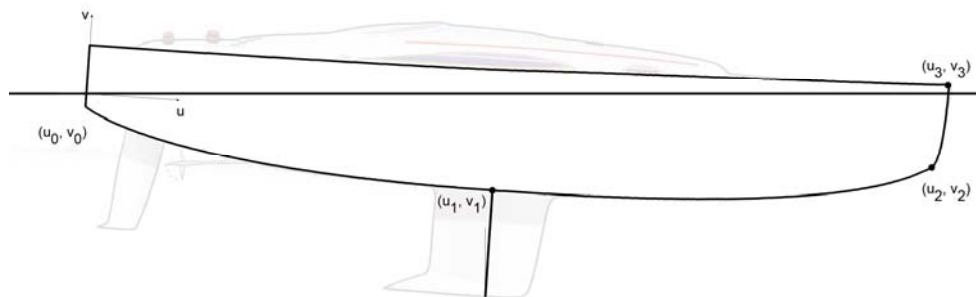
2.1 Skrovform

För att få en mer korrekt modell av en segelbåt ritas med hjälp av Matlab en volym som har Hallberg-Rassy 53 som förebild. Denna yacht har en totallängd på över 16 meter och en maximal bredd på drygt fyra. Några övriga data för den framtagna modellen ses nedan medan det i Appendix A finns fullständiga data för en Hallberg-Rassy 53.

Djupgående	2,3 m
Avstånd från vattenlinjen till kölens infästningspunkt	0,7 m
Avstånd från vattenlinjen till punkt 2	0,5 m
Avstånd från vattenlinjen till skrovets tyngdpunkt	0,5 m
Avstånd från aktern till kölens infästningspunkt	6,5 m
Avstånd från aktern till punkt 2	15 m
Akterbredd	2,75 m

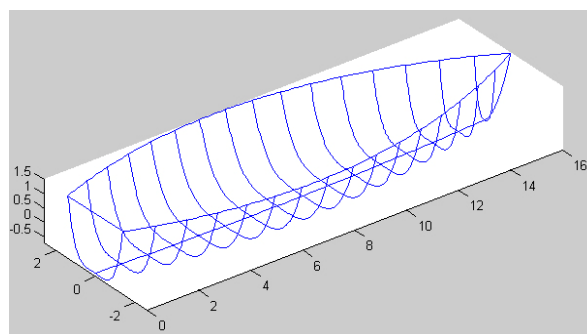
Tabell 1 Dimensioner

Skrovformen av den framtagna modellen beskrivs i profil av två andragsgradsfunktioner. Den första sträcker sig från punkten 1 (u_0, v_0) till 2 (u_2, v_2) i figur 3 och den andra funktionen är placerad mellan punkten 2 (u_2, v_2) och 3 (u_3, v_3). En mer utförlig matematisk beskrivning återfinns i Appendix A.



Figur 3 Skrovform, sidvy.

På liknande sätt byggs övriga delar av formen upp. Båtens form sett ovanifrån beskrivs av två andragsgradsfunktioner och själva skrovformen skapas av en fjärdegradsfunktion som varierar i storlek med avseende på båtens aktuella bredd och djup. Alla funktioner blir på så sätt beroende av varandra och resultatet av den beskrivna formen framtagna i Matlab kan ses plottad i figur 4 samt i Appendix A.



Figur 4 3D-vy av Matlabmodellen

Kölen antas inte uppta någon volym i det avseende att det påverkar bärkraften utan har endast en massa och ett tröghetsmoment som approximeras med en stång.

2.2 Massfördelning

För modellen delas båtens massa upp i två delar, skrovets massa och kölens massa. Skrovet antas ha en vikt på 14 ton och då en given volym är framtagen ställer detta krav på kölens massa. I ett verkligt fall hade en total lägre massa inneburit att båten inte sjunkit lika djupt under vattenytan men då avståndet mellan köl och vattenyta i denna mekanikmodell är förutbestämt måste kölens massa beräknas utifrån kännedom om skrovets massa och vattnets lyftkraft. När denna massa beräknats återstår ytterligare ett villkor för att båten vid vila varken ska translatera eller rotera. Det är nödvändigt att momentet orsakat av lyftkraften helt kompenseras av det moment vilket uppkommer på grund av placeringen av båtens totala massa.

I en segelbåtsköl är större delen av massan placerad i dess nedkant för att uppnå goda seglingsegenskaper, så även i denna modell. Kölens tyngdpunkt ligger precis innan kollisionen på samma position i höjdlid som det annalkande grundet.

2.3 Lyftkraft

Lyftkraften beräknas genom att den undanträngda vattenmassan multipliceras med tyngdaccelerationen. Skrovet delas därför upp i mindre volymselement vilka beräknas med hjälp av numerisk integration. För varje delvolym med längden dx antas dess tyngdpunkt vara placerad på tre femtedelars avstånd från skrovets botten. I denna tyngdpunkt förutsätts lyftkraften angripa. För det bestämda antalet volymselement beräknas den totala lyftkraften från vattnet för den aktuella positionen samt det moment med vilket lyftkraften vill vrida båten.

2.4 Tröghetskrafter från vattnet

Strömningsskrafter från vattnet bromsar tillsammans med vattnets tröghetskrafter segelbåtens rörelse vid en kollision. Att räkna på strömningsskrafternas inverkan är relativt enkelt och här antas båten ha en äggliknande form i tre dimensioner. Strömningen kring kroppen antas laminär vilket för de givna dimensionerna enligt tabell ger ett $C_D = 0,2$ ¹. För att kraftekvationen ska bli komplett krävs att den area vilken vinkelrätt möter strömningen bestäms. Här antas att denna area är elliptisk med en storaxel placerad mellan kölens infästningspunkt och den punkt i vilken skrovet bryter vattenlinjen. Lillaxeln på ellipsen är ett uppskattat värde av båtens bredd. Inverkan av vattnets tröghetskrafter utesluts och diskuteras i avsnittet *Diskussion*.

2.5 Initiell hastighet

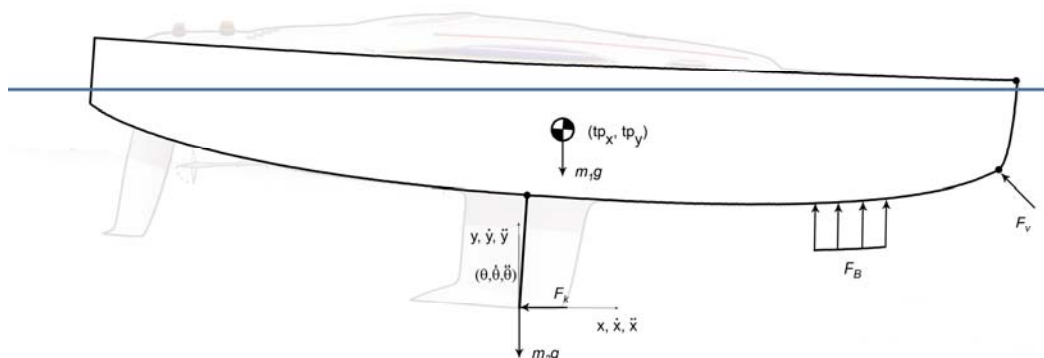
En grundstötning sker oftast inte då segelbåten går i maxfart utan då man i lite lägre hastighet seglar nära kustlinjen. Enligt Svenska Kosters hemsida har de segelbåtar som kolliderat med monterade kölskydd haft en hastighet av 4-5 knop och därför är det rimligt att i huvudsak inrikta sig på hastigheter av denna storleksordning. För att ytterligare förstå kopplingen mellan ökad hastighet och segelbåtens beteende vid en kollision görs även beräkningar med några högre hastigheter.

¹ Çengel, Yunus A. & Turner, Robert H. (2005), *Fundamentals of thermal-fluid science*, McGraw Hill, 2.uppl., s.675

3 Mekanik

3.1 Kraft- och momentjämvikt

För att bestämma och förstå rörelsen samt kraftpåkänningarna hos segelbåten vid en grundstötning måste först en kraft- och momentjämvikt ställas upp. Detta ger ett samband av differentialekvationer som löses med hjälp av Matlab. I figur 5 syns alla yttre krafter som är ansatta i modellen.



Figur 5 Frikroppsdiagram.

Jämviktsekvationer för systemet ställs upp och ur detta formuleras ett matrisproblem, vilket ses nedan. I systemet representerar F_B och M_B bärcraften och vridmomentet vilka uppkommer av vattnets lyftkraft. F_V och M_V uppkommer på grund av vattnets strömningsmotstånd och F_K representerar kollisionskraften.

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & m_1 b + m_2 d \\ 0 & m_1 + m_2 & -m_1 a - m_2 c \\ m_1 b + m_2 d & -m_1 a - m_2 c & I_{G1} + I_{G2} + m_1(a^2 + b^2) + m_2(c^2 + d^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_V \cos \theta - F_K + \dot{\theta}^2(m_1 a + m_2 c) \\ F_B + F_V \sin \theta - (m_1 + m_2)g + \dot{\theta}^2(m_1 b + m_2 d) \\ M_B + M_V + m_1 g a + m_2 g c \end{bmatrix}$$

Noterbart är att det här har antagits att kraften F_V alltid angriper vinkelrätt mot rotationsriktningen i punkt (u_2, v_2) , se figur 3. Konstanterna a , b , c och d beskriver längder. En mer noggrann beskrivning av mekanikproblemet görs i Appendix B. Den kompletta matlabkoden och flödesschema för det framtagna programmet finns presenterat i Appendix C.

För jämviktsberäkningarna krävs att tröghetsmomenten I_{G1} och I_{G2} för skrovet respektive kölen bestäms. I detta fall har skrovet approximerats med en halvsfär och kölen med en stång, vilket är en förenkling som generaliserar beräkningarna utan att nämnvärt påverka slutresultatet. De båda tröghetsmomenten uttrycks enligt²:

$$I_{G1} = \frac{208}{320} mR^2 \quad \text{och} \quad I_{G2} = \frac{1}{12} mL^2$$

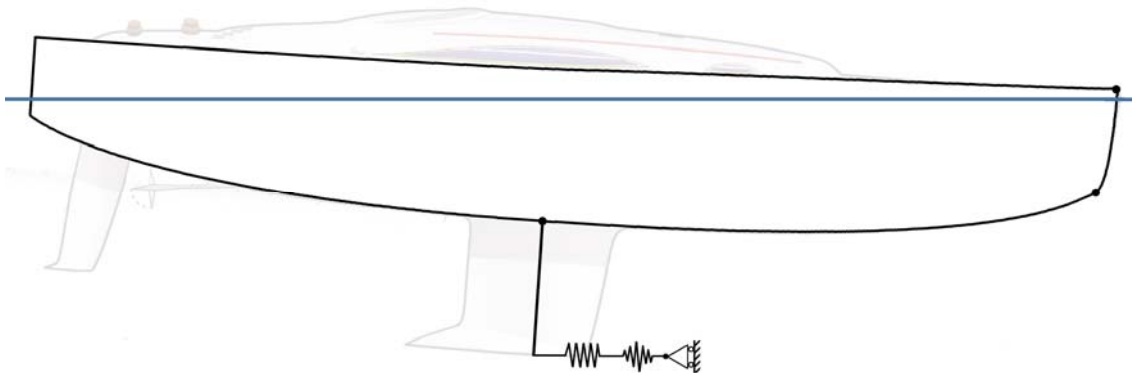
² Pytel, Andrew & Kiusalaas, Jaan. (2001), *Engineering mechanics statics*, Thomson Learning, 2.uppl.

3.2 Reologisk modell

Vid kölen antas en kraft-förskjutningsrelation vilken reologiskt beskrivs med en mekanisk fjäder. För en linjär relation blir det enkelt att finna en fjäder där deformationen beskrivs vid en viss kraft. Om deformationen istället är icke-linjär blir beskrivningen av förloppet däremot svårare.

I modellen antas deformationen av kölen vara linjär medan materialet i kölskyddet har ett icke-linjärt deformationsförlopp. För att få rimliga värden i mekanikmodellen måste därför kölens och kölskyddets fjäderstyvhet kopplas samman. Då det material som används i kölskyddet styvnar kommer deformationen i materialet att avstanna med ökad deformation. När kölskyddets styvhet är tillräckligt hög är det upp till kölen att ta upp den resterande deformationen. Det är därför rimligt att betrakta systemet med två seriekopplade fjädrar.

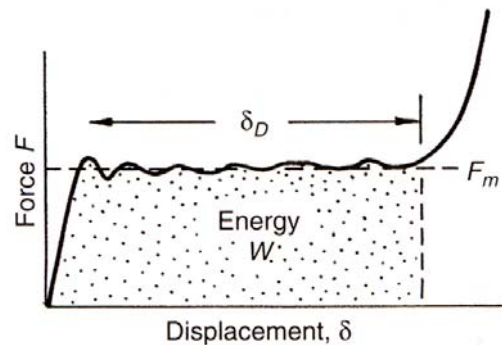
Detta innebär att en icke-linjär och en linjär fjäder måste kopplas samman vilket i sin tur medför ytterligare beräkningar. Genom att ställa upp en kraftjämvikt för de båda fjädrarna kan ett kraft-förskjutningssamband bestämmas i form av numeriska värden. En polynomekvation interpoleras sedan mot dessa värden. Hur de sammanvägda kraft-förskjutningssambanden för de valda materialen ser ut presenteras i bilaga 4.



Figur 6 Visualisering av fjäderproblemet.

4 Egenskaper hos lämpliga material

En ideal energiabsorbent har en lång, platt, spänning-töjningskurva. Detta innebär att kollisionskraften under en viss tid är i det närmaste konstant, det vill säga, kraft-deformationskurvan har en plattå. Söks ett fullständigt skydd för den av absorbenten inpackade detaljen krävs att plattån är lång. På så sätt tas mycket kollisionsenergi upp av materialet och den maximala kraften överstiger aldrig plattåkraften. Ett typiskt utseende för en kraft-förskjutningskurva för ett bra energiabsorberande material syns i figur 7.³



Figur 7 Kraft-deformationssamband för ett material med god energiabsorption. (Bilden hämtad från M. Ashbys *Metal foams*)

Valet av material i kölskyddet beror till stor del på hur man väljer att utforma denna applikation geometriskt. Nedan redogörs för olika material, dess krav på form och placering samt dess möjlighet att reducera kollisionskraften.

4.1 Utan kölskydd

Vanligt är att båttillverkare använder en köl med en fena av gjutjärn och en bulb av bly-antimon. Detta gör att köl får en låg tyngdpunkt vilket ger goda seglingsegenskaper. För större segelbåtar med mer djupgående köl kan det förekomma att hela köl är tillverkad i bly. I detta arbete studeras en köl med en fena av gjutjärn då denna är styvare än en ren blyköl och därigenom kan orsaka större skador vid en grundkollision.

För att framöver jämföra de framtagna resultaten då ett kölskydd monterats är det av intresse att först bestämma hur stora krafter som uppkommer på en oskyddad köl vid en grundkollision.

4.2 Gummi

Det finns idag ett kommersiellt kölskydd bestående av en okänd gummiblandning och med anledningen av detta är det högst intressant att undersöka gummis lämplighet i ett kollisionskydd. Allmänt är gummi ett material vilket under brottgränsen beter sig elastiskt varför en stor del av den tillförda energin lagras i detaljen och sedan avges vid avlastning. En viss energiförlust sker dock vid en på- och avlastningscykel vilket förklaras med ett fenomen som kallas hysteresisförlust. Hysteresis uppkommer på grund av en inre friktion och energi avges då i form av värme.

Gummi får i många konstruktioner ersätta stålfjädrar eftersom en gummifjäder har dämpande egenskaper i alla riktningar. En liknande lösning för stålfjädrar blir lätt avancerad och därför är gummi särskilt intressant vid tillverkningen av ett kölskydd.

³ Ashby Michael F. m.fl. (2000), *Metal foams, A design guide*, Butterworth-Heinemann, 1.uppl. s.150-156

Vid en grundkollision där gummi är placerat som dämpare kan man förvänta sig att den tillförda energin kommer att omfördelas i tre skilda delar; avlastning, inre friktion samt i överföring till skrovet. Hur mängdfördelningen av dessa fenomen blir beror helt på typen av det gummi som används. Olika typer av gummi har skilda dämpningsegenskaper och därför studeras i detta arbete två gummivarianter.⁴

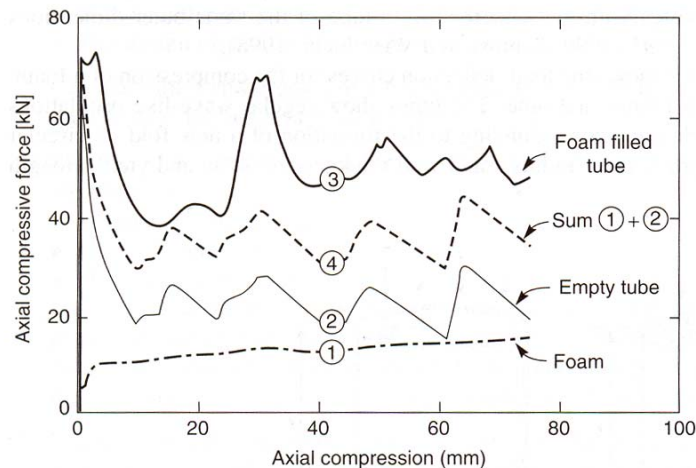
4.3 Aluminiumskum

Skummat aluminium är ett mycket lätt, styvt och energiabsorberande material som har goda egenskaper i böjning och kompression i förhållande till sin vikt. Till skillnad mot solida material har aluminiumskum en lång plåtå i kraft-deformationsdiagrammet och därför lämpas det mycket väl som energiabsorbent.

Vid tillverkningen av en köl försöker man att placera massan så långt ner från skrovet som möjligt. Detta leder till att material med hög densitet som ska användas som kölskydd måste placeras i kölens nedkant för att inte påverka dess egenskaper i allt för stor utsträckning. Det mycket lätta aluminiumskummet kan däremot användas som energiabsorbent på en större yta av kölén då det inte påverkar den totala massan nämnvärt.

Förutom goda mekaniska egenskaper i förhållande till sin vikt är aluminiumskum mycket billigt och lätt att forma samtidigt som det inte är hälsofarligt.⁵ I likhet med gummi kan det också ta upp dämpningar i alla riktningar. En nackdel med aluminiumskum är däremot att det efter tillräckligt hög belastning har en bestående deformation, något som inte alltid är fallet med gummi.

För att öka styvheten i aluminiumskummet kan man utanpå materialet montera en styv platta som fördelar krafterna över en större area. En sådan lösning reducerar den totala deformationen av skummet. Nedan syns en jämförelse mellan ett metallskum utsatt för kompressionslast och ett energiabsorberande rör i solitt aluminium.



Figur 8 Jämförelse mellan ett metallskum och ett metallrör belastade i kompression. (Bilderna hämtade från M. Ashbys *Metal foams*)

⁴ Friberg, Gunnar m.fl. (1986), *Konstruera i gummi*, Ljungföretagen, s.21

⁵ CES selector version 4.6.1, Granta design limited, 2006.

5 Materialmodeller

5.1 Utan kölskydd

För att kvantifiera kollisionskraften utan ett kölskydd betraktas först en styv köl, tillverkad av en fena i gjutjärn och en bulb i bly. Enligt vad som tidigare diskuterats bestäms styvheten i kölen enbart av fenan i gjutjärn.

I mekanikmodellen antas en linjär fjäder fastna i kölens nedre punkt vid kollisionen och det blir därför nödvändigt att bestämma kölens styvhetskonstant. Detta görs genom att fenan i gjutjärn approximeras som en i skrovet fast inspänd balk vars elastiska förskjutning kan uttryckas enligt elementarfall⁶:

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI}$$

I detta uttryck är F kraften, L kölens djup, E är E-modulen och I är tröghetsmomentet. För enkelhetens skull antas kölen ha ett rektangulärt tvärsnitt vilket innebär att $I = \frac{bh^3}{12}$. Uttrycket för styvhetskonstanten k blir därför:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{3EI}{L^3} = \frac{Ebh^3}{4L^3}$$

I uttrycket ovan är b kölens tjocklek och h kölens bredd. Följande dimensioner antas; $b = 0,15$ m, $h = 1$ m och $L = 1,6$ m. Gjutjärns E-modul är här ansatt till 90 GPa⁷ vilket ger värdet på styvhetskonstanten $k \approx 824000000$ N/m. Detta värde används i den framtagna mekanikmodellen där kollisionskraften beräknas enligt $F_k = k \cdot x$ där x är den horisontella förskjutningen.

5.2 Gummi

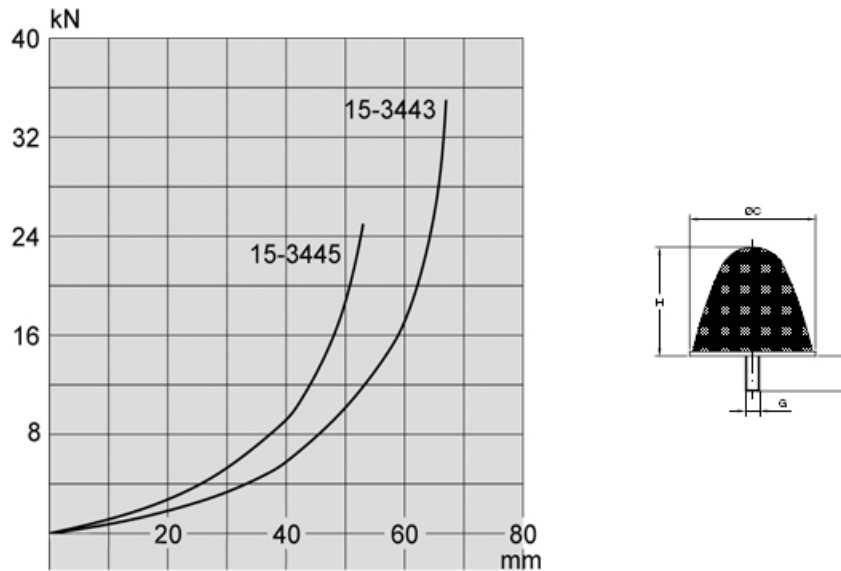
Till skillnad mot t.ex. metaller är gummis deformation inte proportionell mot belastningen. Gummi blir också, till skillnad mot metall, hårdare och dess elasticitetsmodul ökar då belastningen närmar sig brottgränsen. För att kunna beräkna den reducerande effekten av ett kölskydd i gummi krävs därför ett hårdnandesamband. Detta icke-linjära deformations-samband vägs sedan samman med kölens linjära förskjutning, vilket diskuterats i tidigare stycke. Det sammanvägda deformations-sambandet beskriver förhållandet mellan kraft och förskjutning för en köl med ett skydd i gummi.

⁶ Sundström, Bengt m.fl. (2002), *Handbok och formelsamling i hållfasthetslära*, KTH, 4^{de} uppl., s.344

⁷ CES selector version 4.6.1, Granta design limited, 2006.

5.2.1 Nitrilgummi

För att hitta en rimlig hårdnandekurva för ett passande gummi har data tagits från en av företaget Trelleborgs vibrationsisolatorer⁸. Dessa isolatorer används för att dämpa vibrationer i verkstadsmaskiner. En av deras koniska buffertar tillverkade i nitrilgummi har en hårdnandekurva och geometri enligt figur 9.



Typ	Art.nr	C	Mått i mm				Vikt (kg)
			H	G	L		
Koniska buffertar	15-3462-60	10-00340-01	28.5	37	M6	15	0.03
	15-3458-60	20-00686-01	32	28.5	M8	20	0.04
	15-3461-60	10-00339-01	38	38	M8	20	0.06
	15-3435-60	10-00334-01	48	51	M10	25	0.12
	15-3460-60	10-00338-01	70	46	M12	30	0.27
	15-3445-60	0-00336-01	108	95	M12	30	0.79
	15-3443-60	10-00335-01	108	121	M12	30	0.99

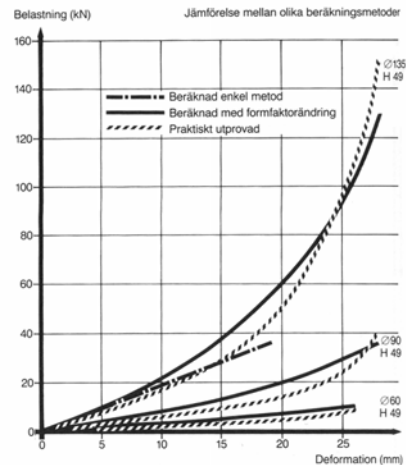
Figur 9 Hårdnandekurva för några av Trelleborgs nitrilgummibuffertar.
Vald detalj är 15-3443-60 med geometri enligt ovan

Denna kurva har approximerats med en exponentiell funktion och det framtagna ekvationssambandet ger ett styvhetsförhållande för den icke-linjära fjäder som representerar kölskyddet i mekanikmodellen. Efter att en polynomekvation bestämts för kölens totala kraft-deformationssamband kan segelbåtens beteende och kollisionskrafterna i kölen beräknas.

⁸ Produktblad från Trelleborg. *Produkt industri katalog*. <<http://www.trelleborg.com/industrialavs/>> s.68. Hämtat 3 maj 2007

5.2.2 Naturgummi

I en gummihandbok från Plast- och gummitekniska institutet samt Sveriges Mekanförbund har hårdnandekurvan i figur 10 hämtats⁹.

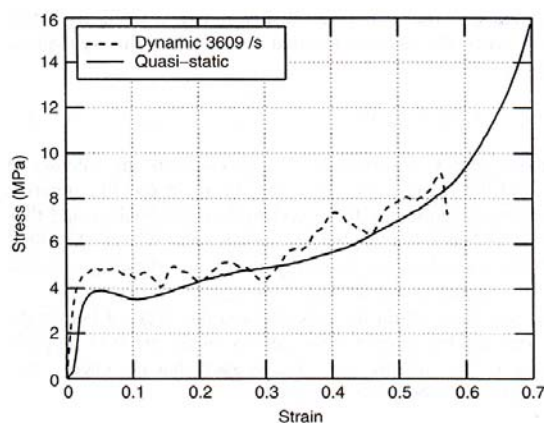


Figur 10 Naturgummis hårdnandekurva.
(Bilden hämtad från G. Fribergs *Konstruera i gummi*)

Kurvan visar hur naturgummi hårdnar då en cylinder med diametern 135 mm och höjden 49 mm belastas. Denna kurva har approximerats med en exponentiell funktion vilket beskriver kölskyddets icke-linjära deformationssamband. Tillsammans med uttrycket för kölens linjära förskjutning bestäms en polynomekvation vilken används i mekanikmodellen.

5.2.3 Aluminiumskum

I denna undersökning har data för metallskummet Alulight använts¹⁰. Sambandet kan ses i figur 11 och beskriver ett spänning-töjnings samband vilket innebär att dimensioner för det belastade skummet först måste bestämmas.



Figur 11 Hårdnande för aluminiumskummet Alulight.
(Bilden hämtad från M. Ashbys *Metal foams*)

⁹ Friberg, Gunnar m.fl. (1986), *Konstruera i gummi*, Ljungföretagen, s.136

¹⁰ Ashby Michael F. m.fl. (2000), *Metal foams, A design guide*, Butterworth-Heinemann, 1.uppl. s.162

För att fördela pålagda krafter väljer man ofta vid konstruktioner innehållandes aluminiumskum att placera en styv skiva som ett yttre skikt. I detta exempel antas ett sådant vara placerat utanpå skummet och därför är den area vilken utsätts för den pålagda kraften satt till cirkulär med en radie av 0,1 m. Cylindern antas vidare ha en längd av 0,2 m och med detta känt kan ett totalt kraft-förskjutningssamband för kölen och aluminiumskummet bestämmas.

6 Resultat

De resultat vilka diskuteras nedan finns presenterade i bilaga 1 och 2.

6.1 Utan kölskydd

För en segelbåt med en initiell hastighet på 5 knop kommer kölen att utsättas för en maximal kollisionskraft på 9193 kN samtidigt som den elastiska deformationen vid kölens nedkant blir drygt 1 cm då inget kölskydd är monterat. Maximala vinkelutslaget blir närmare 3 grader och tillsammans med resultaten för hastigheten 10 knop kommer detta att vara ett referensmått för kölskydden.

6.2 Nitrilgummi

I jämförelse med en styv stöt resulterar gummibufferten i en reducerad kollisionskraft. Med bufferten blir den maximala kollisionskraften vid 5 knop 2935 kN och den totala deformationen drygt 15 cm.

6.3 Naturgummi

Resultatet visar att naturgummi ger en mycket bra kraftreducerande effekt men trots det inte når upp till de goda resultaten som beräknades för nitrilgummi. En grundstötning i 5 knop ger en kollisionskraft på 5124 kN och en deformation på cirka 5 cm.

6.4 Aluminiumskum

Aluminiumskummet är det material vilket bäst reducerar den maximala kollisionskraften. Kraften uppgår då kollisionshastigheten är 5 knop till 1207 kN, vilket är en reduktion med 86 % i jämförelse med då inget skydd finns monterat. I detta fall blir däremot deformationen cirka 19 cm lång vilket är längre än för något annat material.

6.5 Jämförelse

Den bästa reduktionen av den maximala kollisionskraften uppnås då aluminiumskum används i kölskyddet. Förmågan att under deformation hålla kraften konstant gör att materialet absorberar stora delar av kollisionskraften och på så sätt reducerar påkänningarna vid kölens infästning. Aluminiumskummets goda egenskaper åskådliggörs i bilaga 2, där deformationen inledningsvis sker under en konstant belastning. När materialet sedan styvnar övergår den huvudsakliga deformationen från skummet till den styva kölen vilket ger toppen i kraftdiagrammen. Den kraftreducerande förmågan hos gummi är liknande, vilket också ses i bilaga 2. Nitrilgummi reducerar kollisionskraften med närmre 70 % vid en initiell hastighet på 5 knop, vilket kan jämföras med naturgummis 45 %. Oavsett vilket av de utvärderade materialen som använts i modellen är det uppenbart att ett kölskydd har mycket stora möjligheter att reducera kollisionskraften och på så sätt minska risken för allvarliga skador vid en grundstötning. Jämförelser mellan de maximala kollisionskrafterna syns i tabellen på nästa sida samt i bilaga 1.

Minskning av kollisionskraften vid Cd=0,2			
Kollisionshastighet	Naturgummi	Nitrilgummi	Aluminiumskum
5 knop	-44%	-68%	-86%
10 knop	-19%	-36%	-77%

Tabell 2 Minskning av den maximala kollisionskraften för olika material jämfört mot det oskyddade fallet

7 Diskussion

Att det med ett kölskydd är möjligt att minska kollisionskraften och därmed reducera påkänningarna vid kölens infästning under en grundstötning är uppenbart. Beroende av kölskyddets materialval kan den maximala kollisionskraften reduceras med 44-86 % vid en initiell kollisionshastighet på 5 knop. Förutom denna kraftreducering innebär ett kölskydd även att tiden för kollisionen förlängs och att vinkelutslaget blir något större. För material med låg styvhet minskar kollisionskraften samtidigt som deformationszonen ökar. På så sätt blir jakten på det perfekta materialet en jakt där man måste bestämma sig för hur mycket utrymme som den tänkta deformationszonen får ta.

I början av arbetet infördes friktionskrafter i y -riktningen, vilket avsevärt förlängde simuleringstiden i Matlab. Det blev på grund av detta nödvändigt att utesluta denna kraft ur mekanikmodellen. I efterhand kan man se att förflyttningen i y -led inte är särskilt stor och därför har en eventuell friktionskraft ingen större roll att spela i sammanhanget. Det är också väldigt svårt att kvantifiera friktionskraften eftersom kölen, vid en verklig kollision, inte kan antas haka fast på grundet utan istället relativt lätt antas glida mot detsamma. Detta leder till att friktionskraftens påverkan i y -led inte är särskilt stor.

Hur stor inverkan strömningsmotståndet har på segelbåtens rörelse går att utläsa av diagram i bilaga 3. Det inses direkt att påverkan på vinkeländringen är relativt stor då strömningsmotståndet helt tas bort, vilket beror på att de enda friktionskrafter vilka från vattnet bromsar segelbåtens rotation är kopplade till den aktuella vinkelhastigheten. I ett verkligt fall kommer även vattnets tröghetskrafter att spela viss roll för resultatet men på grund av beräkningskomplexitet har de här uteslutits. Då jämförelser hela tiden görs gentemot en oskyddad köl är mediets betydelse av mindre relevans. I detta arbete har dock vattnets effekt i möjligaste mån predikerats för att på så sätt uppnå mer realistiska resultat.

Den studerade kölen har antagits vara tillverkad med en fena av gjutjärn och en bulb av bly. Vidare har blydelen ej antagits vara utsatt för deformation vid grundstötning vilket medför att den maximala kollisionskraften i ett verkligt fall kommer att vara något lägre än det här beräknade.

8 Vidare arbete

I ett vidare arbete bör materialmodellerna verifieras och fler material och materialkombinationer undersökas. Det bör även utvärderas hur blyet i bulben dämpar den maximala kollisionskraften, något som inte har undersökts i detta arbete. Utöver detta skulle det även vara av intresse att titta på en mer mekanisk lösning, t.ex. en hydraulisk dämpare eller ett friktionselement som tar upp energi och efter kollisionen återställs till sin ursprungliga form.

Vissa av de hårdnandesamband som använts för de olika kölskyddsmaterialen har tagits för detaljer med förutbestämda geometrier. Då beräkningar utförts för materialen har det visat sig att vissa detaljer deformerats mycket nära den maximala längden. Det är därför av intresse att verifiera de i detta arbete använda materialmodellerna. Ett enkelt sätt för att ta fram materialdata för en lämplig geometri är att med hjälp av ett FE-program modellera en volym och sedan ansätta önskade startvillkor för att erhålla ett kraft-deformations samband vilket sedan kan användas i mekanikmodellen.

I detta arbete har förenklade geometrier använts för att bestämma tröghetsmomenten i mekanikmodellen. I ett vidare arbete vore det önskvärt att integrera fram ett mer korrekt värde. Med detta följer att massfördelningarna av skrovet och kölen måste vara kända.

Kvar att utreda är även hur ett kölskydd påverkar seglingsegenskaperna. Denna undersökning bör gå hand i hand med designutvecklingen. Då resultaten visar på en kraftig reducering av kollisionskraften vore det synd om utvecklingen av denna applikation inte får fortsätta. Att finna en konstruktion som går att förena med goda seglingsegenskaper bör absolut vara möjligt.

Referenser

Tryckta källor

Ashby, Michael F. m.fl. (2000), *Metal foams, A design guide*, Butterworth-Heinemann, 1.uppl.

Çengel, Yunus A. & Turner, Robert H. (2005), *Fundamentals of thermal-fluid science*, McGraw Hill, 2.uppl.

Christensen, Peter, *Kompendium i stelkroppsmekanik*, IKP Linköpings tekniska högskola

Friberg, Gunnar m.fl. (1986), *Konstruera i gummi*, Ljungföretagen

McCrum, N.G. m.fl. (2004), *Principles of polymer engineering*, Oxford University Press, 2. uppl.

Merkel, Magnus m.fl. (2003), *Lathund för rapportskrivning*, Linköpings universitet

Pytel, Andrew & Kiusalaas, Jaan. (2001), *Engineering mechanics statics*, Thomson Learning, 2.uppl.

Pärt-Enander, Eva & Sjöberg, Anders (2003), *Användarhandledning för Matlab 6.5*, Elanders Gotab

Sundström, Bengt m.fl. (2002), *Handbok och formelsamling i hållfasthetslära*, KTH, 4^{de} uppl.

Otryckta källor

CES selector version 4.6.1, Granta design limited, 2006

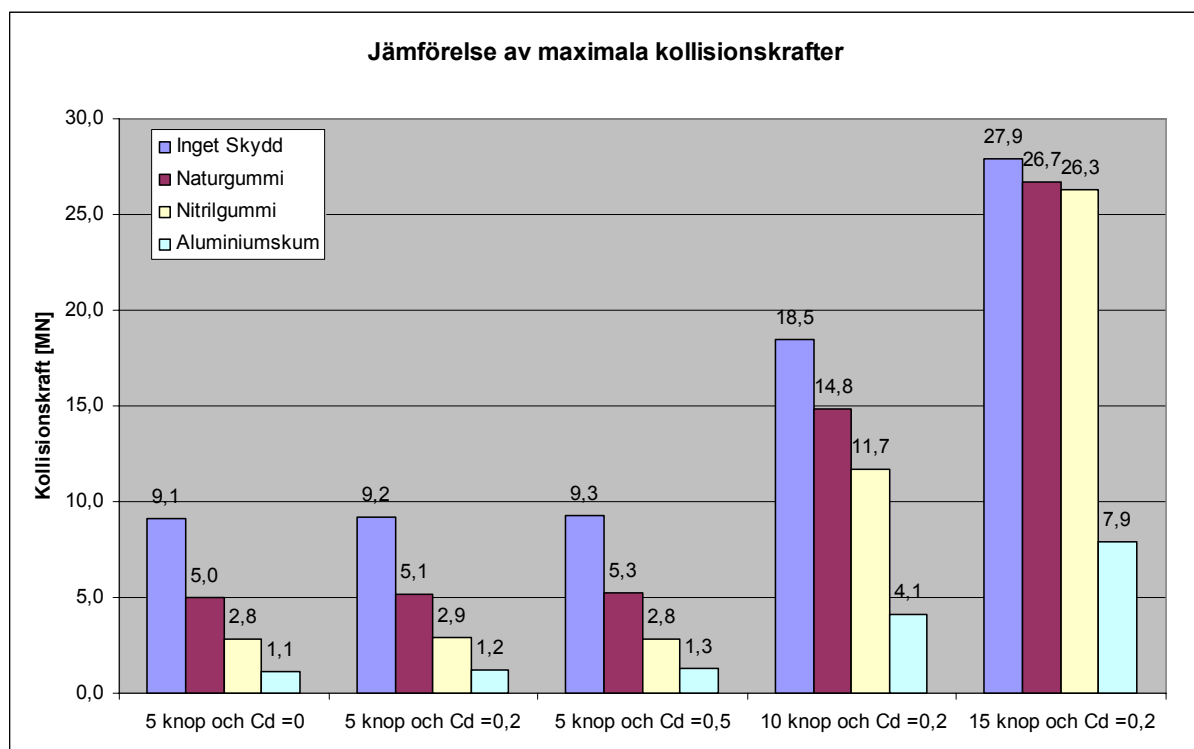
Produktblad från Trelleborg. *Produkt industri katalog*.
<<http://www.trelleborg.com/industrialavs/>> s.68. Hämtad 3 maj 2007

Produktblad från Hallberg-Rassy. <www.hallberg-rassy.com> Hämtad 20 april 2007

Bilaga 1, Jämförelse av maximala krafter

Minskning av kollisionskraften vid Cd=0,2			
Kollisionshastighet	Naturgummi	Nitrilgummi	Aluminiumskumm
5 knop	-44%	-68%	-86%
10 knop	-19%	-36%	-77%
15 knop	-4%	-5%	-71%

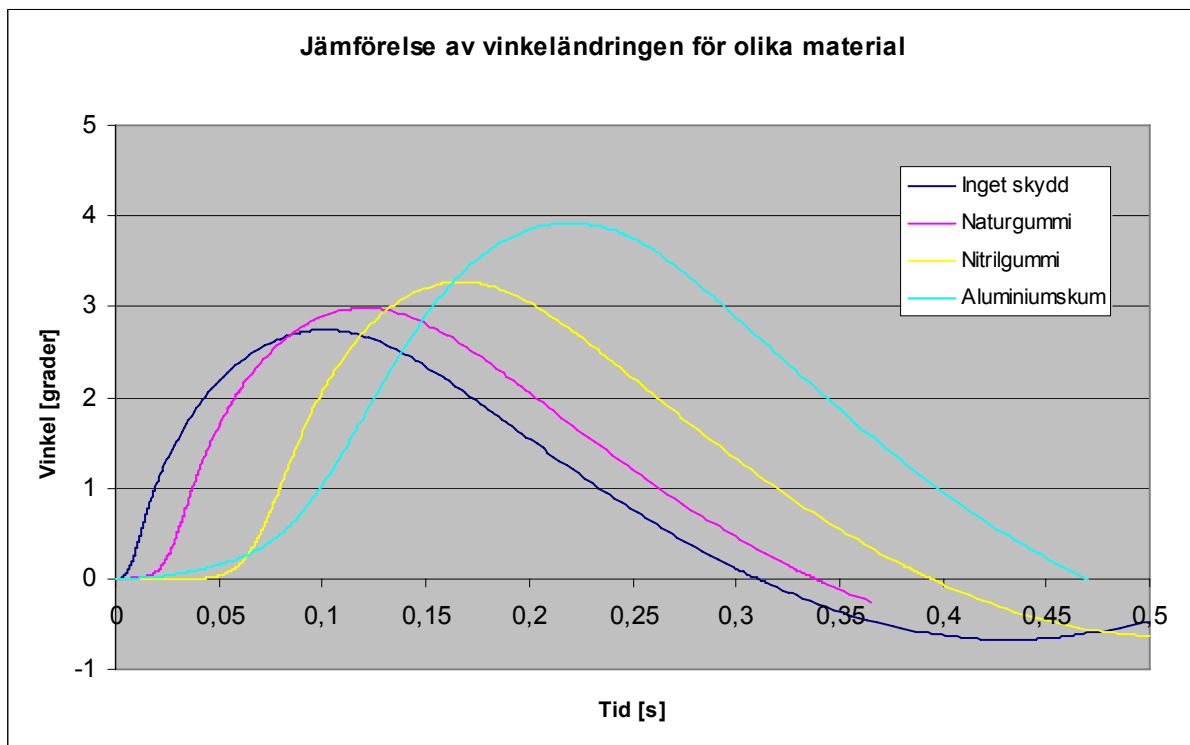
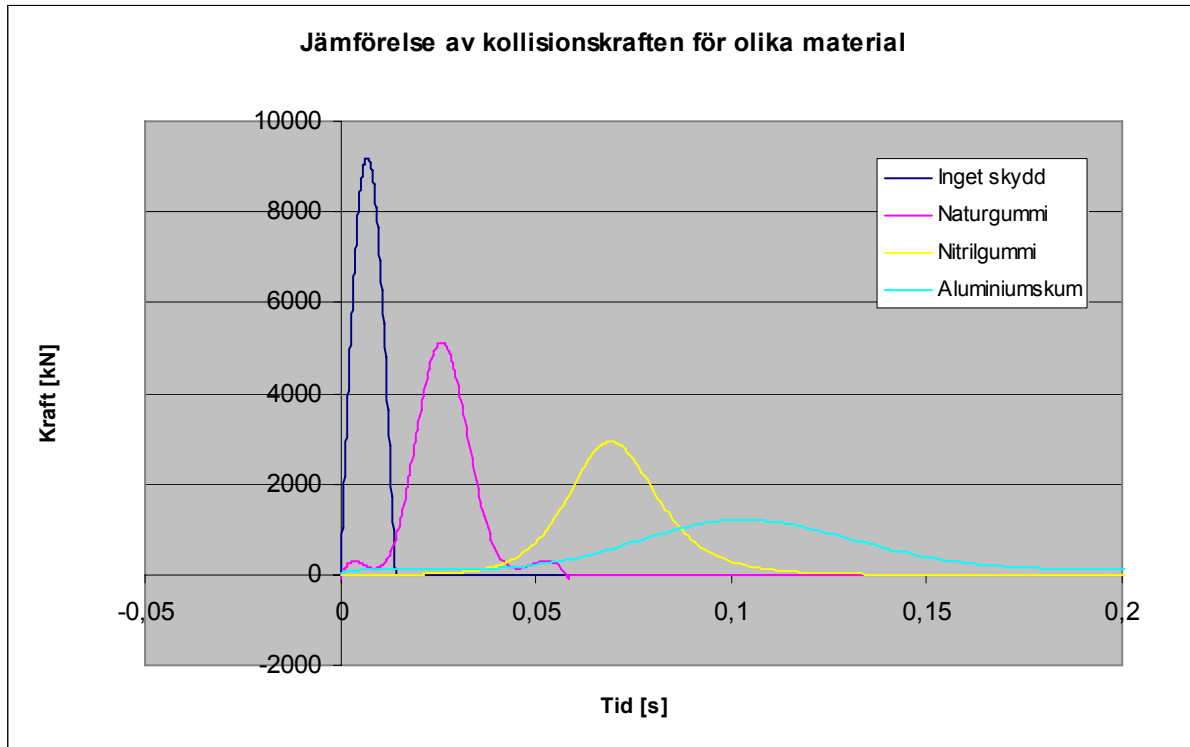
Minskning av kollisionskraften vid v=5 knop			
Strömningsmotstånd	Naturgummi	Nitrilgummi	Aluminiumskumm
0	-45%	-69%	-88%
0,2	-44%	-68%	-86%
0,5	-43%	-69%	-86%

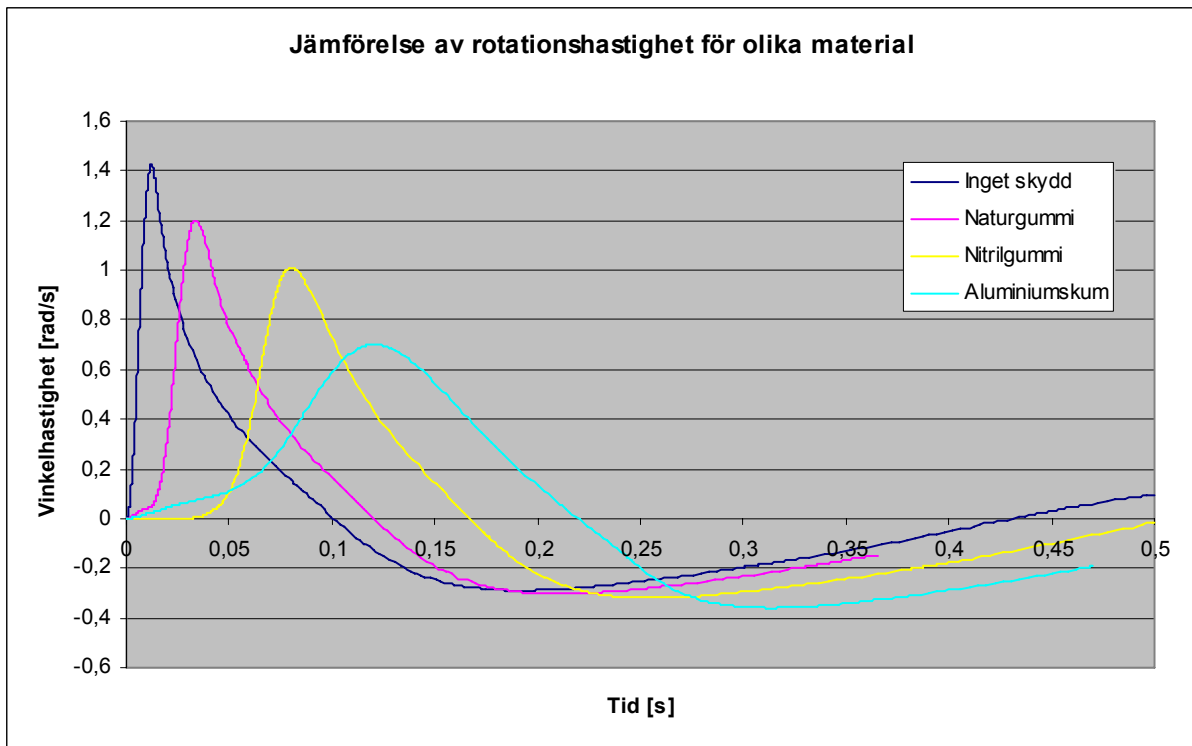
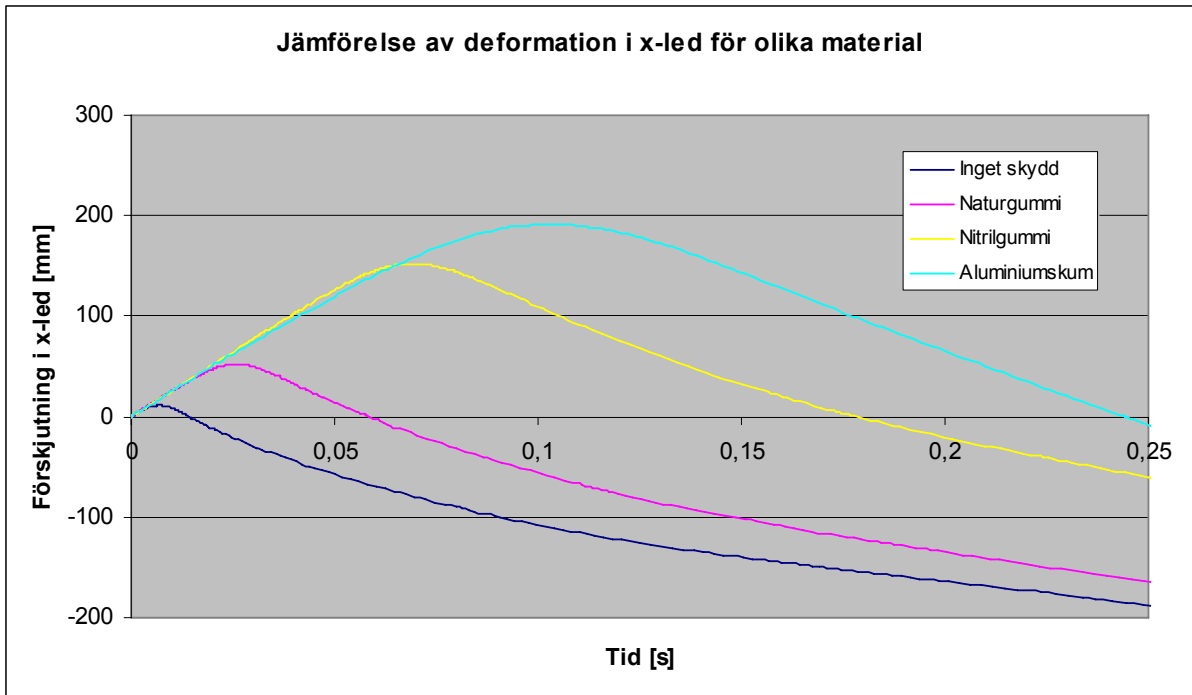


Bilaga 2, Jämförelser mellan olika materialmodeller

Kollisionshastighet 5 knop

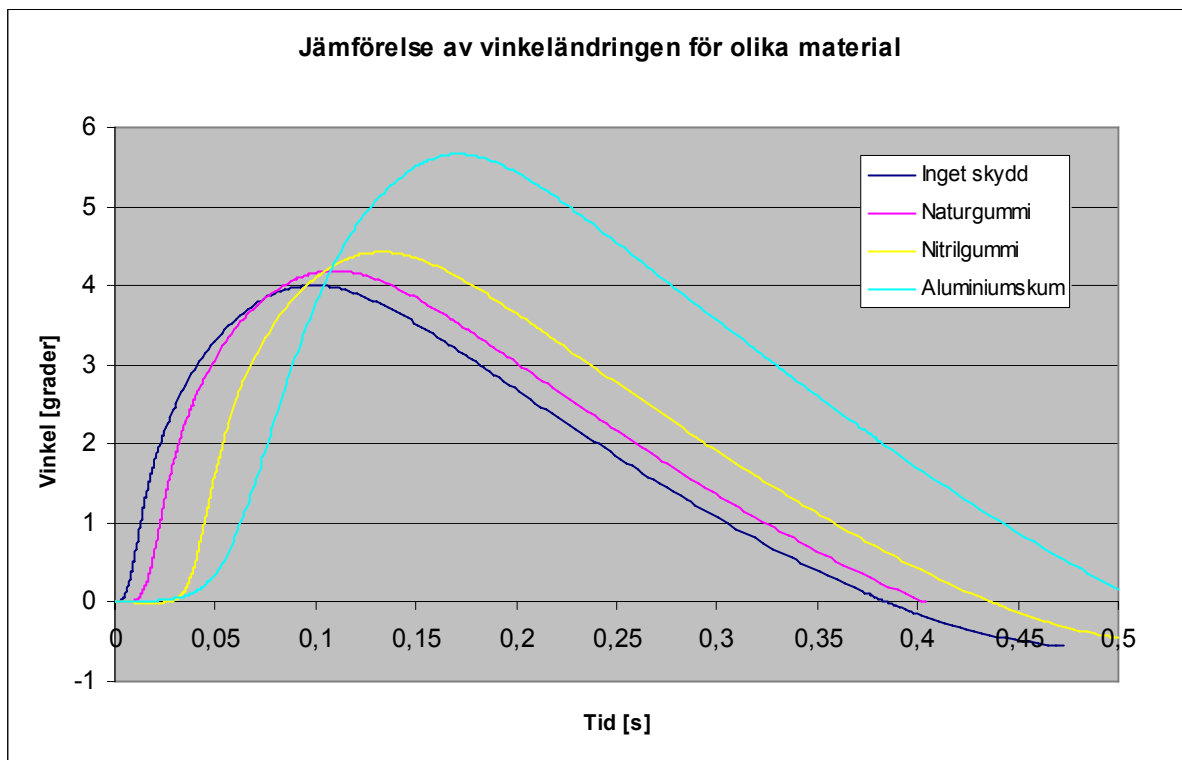
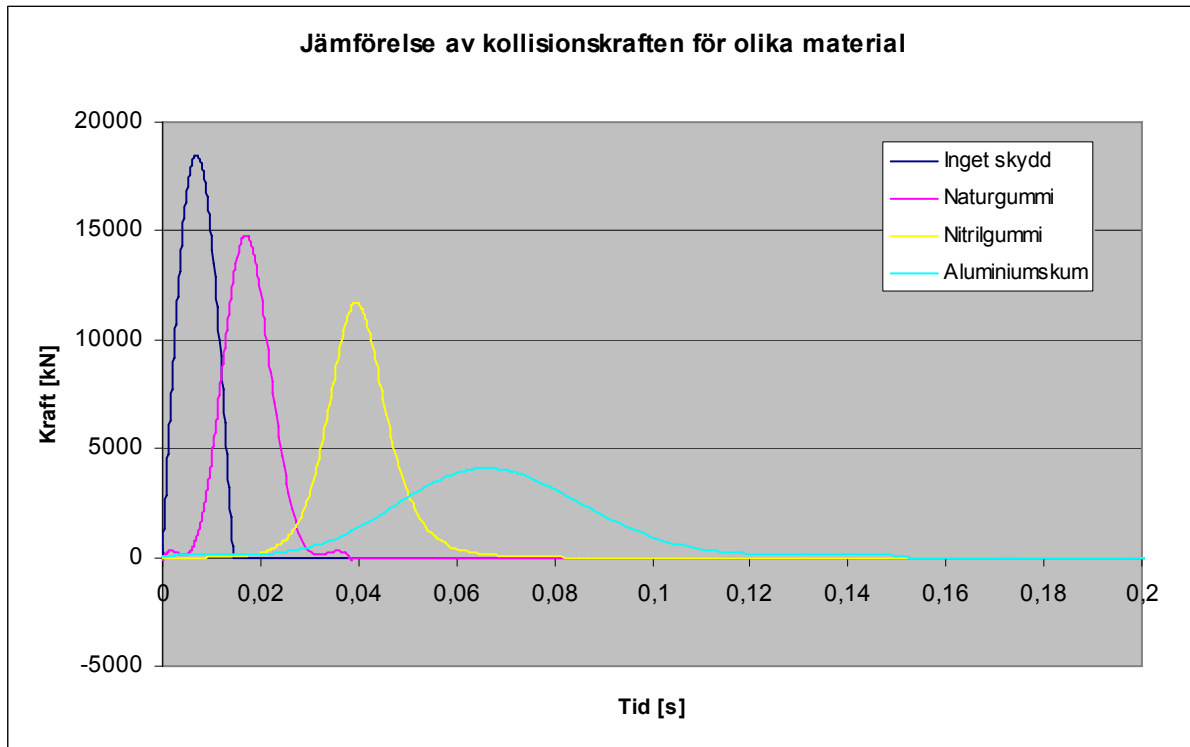
$C_D=0,2$ [-]

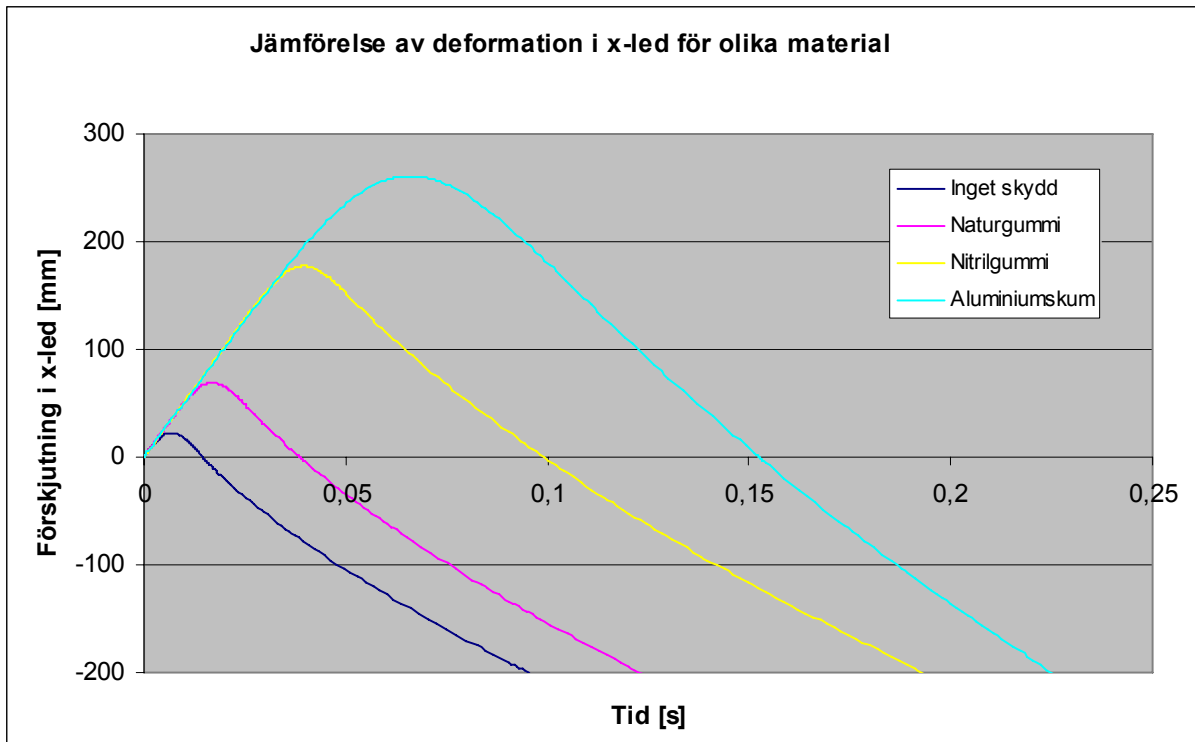




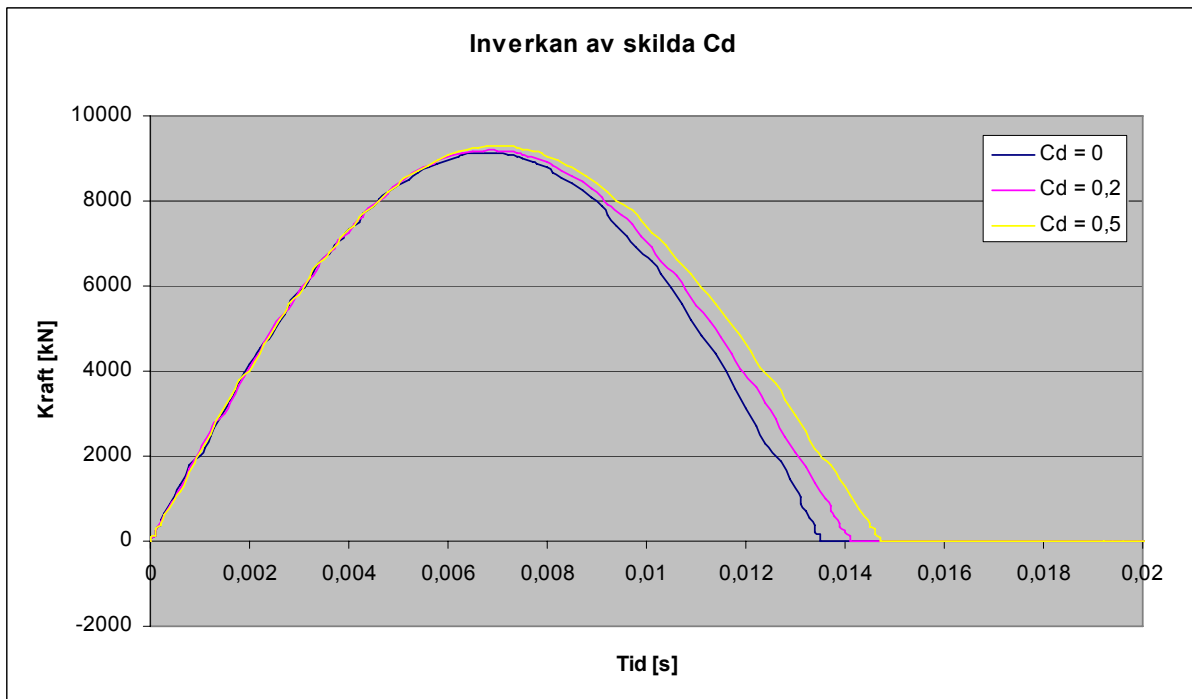
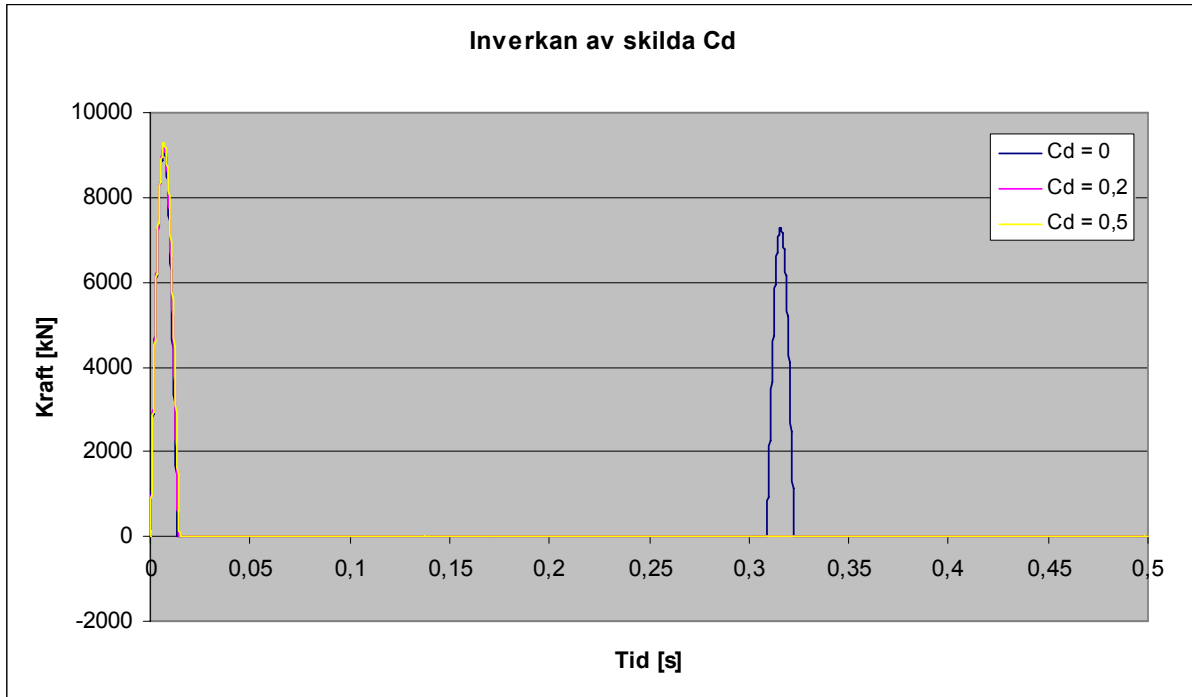
Kollisionshastighet 10 knop

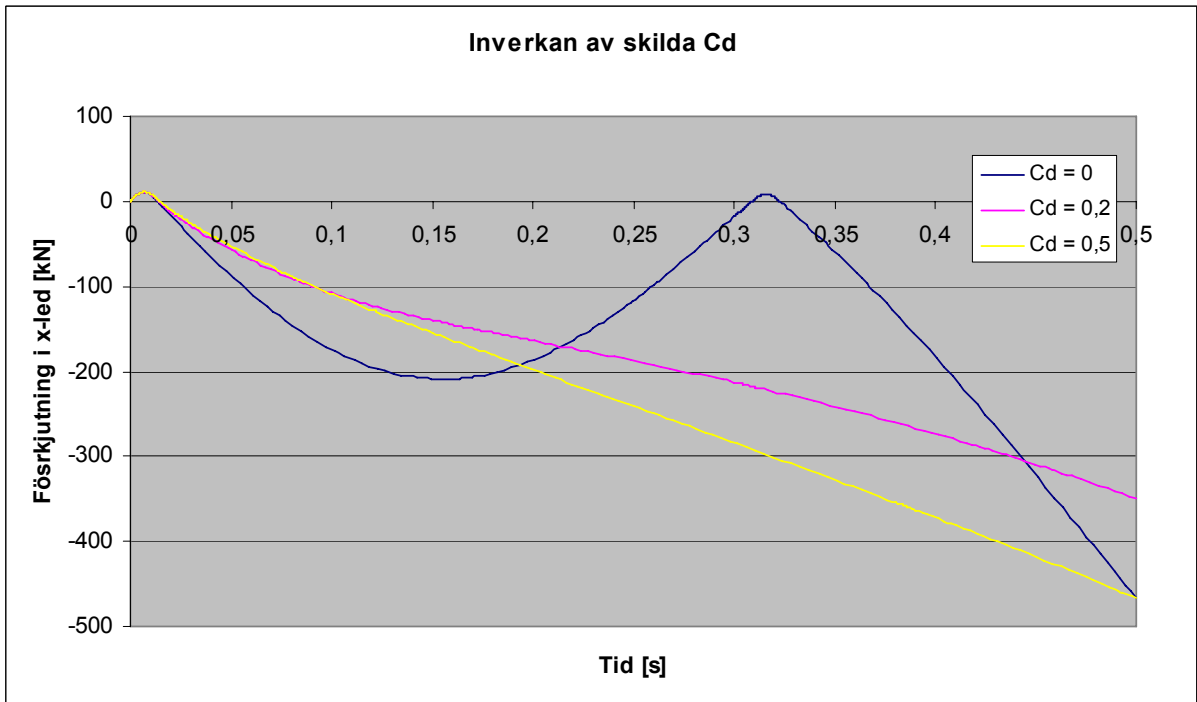
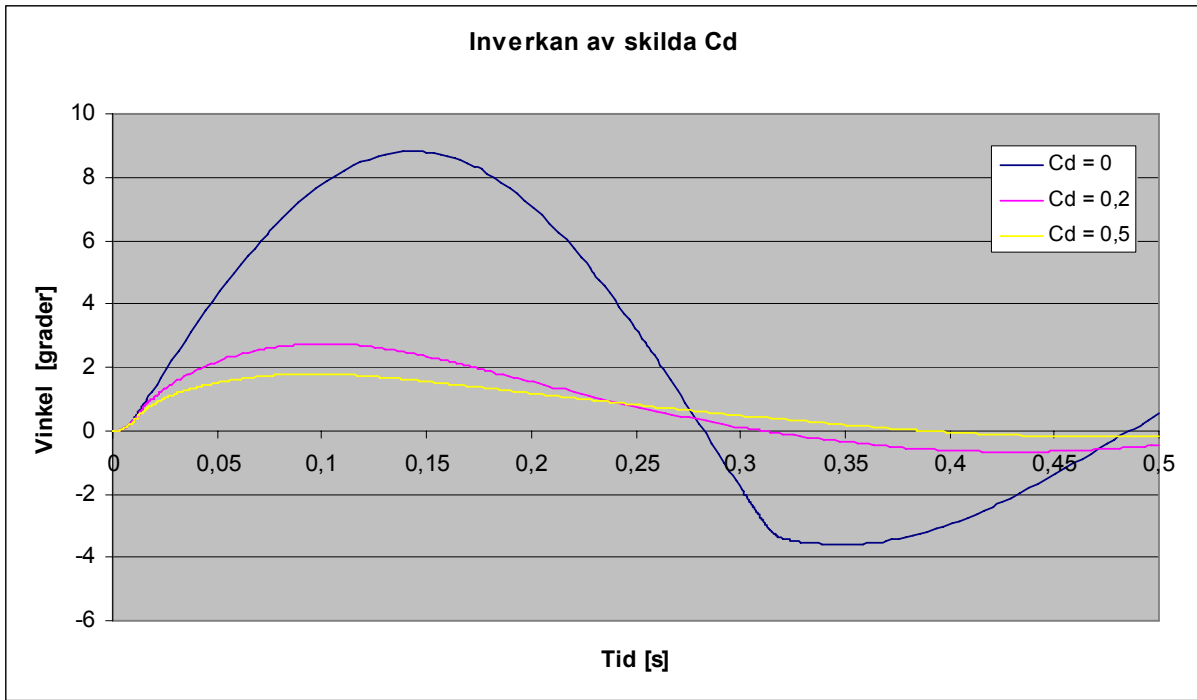
$C_D=0,2$ [-]

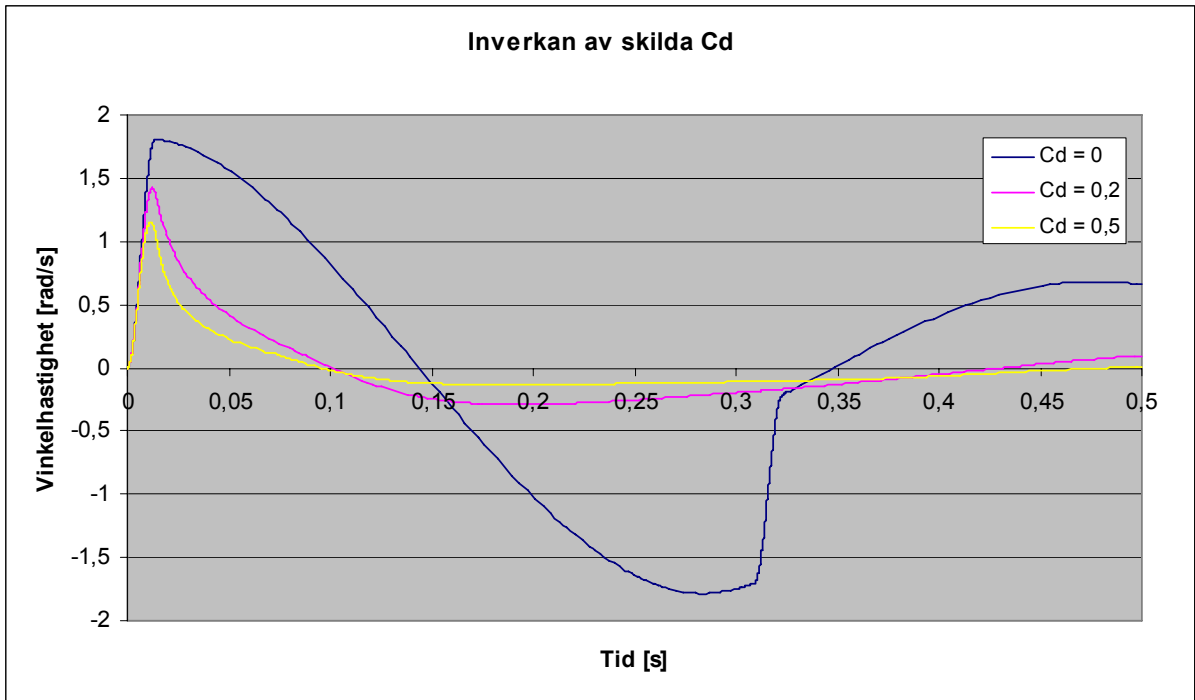




Bilaga 3, Inverkan av skilda Cd

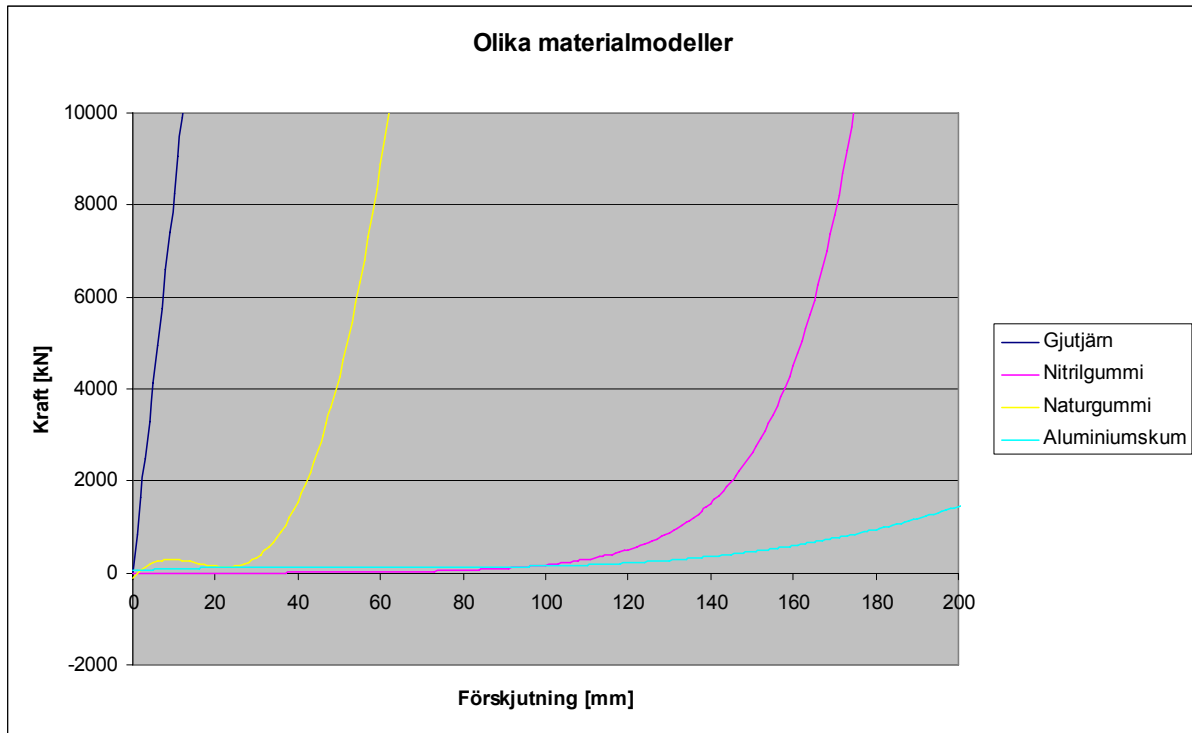






Bilaga 4, Materialmodeller

Nedan representeras samband mellan kraft och förskjutning för de material som har använts i kölskyddet.



Nedan följer sambanden för kraft och förskjutning för de olika modellerna.

Utan skydd

$$F_k(x) = 241700000 \cdot x$$

Nitrilgummi

$$F_k(x) = -2 \cdot 10^{10} \cdot x^5 + 9 \cdot 10^{10} \cdot x^4 - 10^{10} \cdot x^3 + 7 \cdot 10^8 \cdot x^2 - 10^7 \cdot x + 12080$$

Naturgummi

$$F_k(x) = 9 \cdot 10^{11} \cdot x^5 - 4 \cdot 10^{11} \cdot x^4 + 5 \cdot 10^{10} \cdot x^3 - 10^9 \cdot x^2 + 7 \cdot 10^6 \cdot x + 3845$$

Aluminiumskum

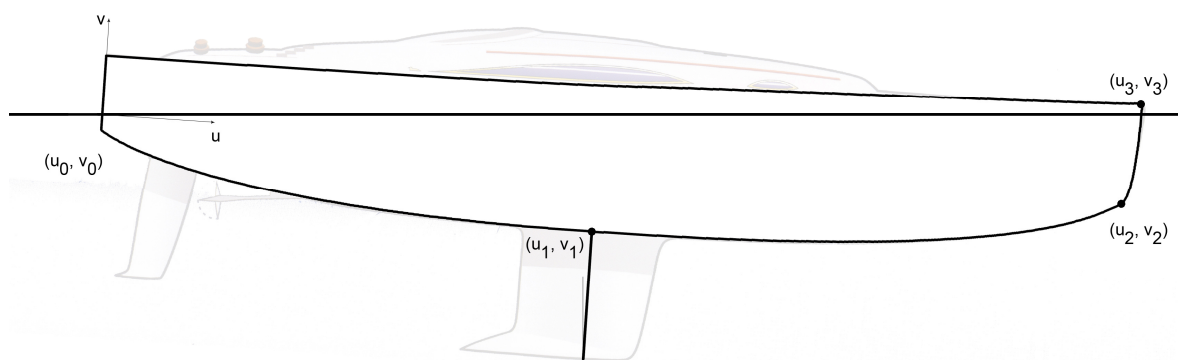
$$F_k(x) = 5 \cdot 10^8 \cdot x^3 - 9 \cdot 10^7 \cdot x^2 + 5 \cdot 10^6 \cdot x + 47094$$

Appendix A, Båtform

För få en god approximation av segelbåten studeras båttillverkaren Hallberg-Rassy 53 fotare. Att valet föll på just denna båttyp beror på att det är bland de stora segelbåtarna kollisionsproblemet är störst, mest p.g.a. att reparationerna blir så mycket svårare med en sådan båt. Hallberg-Rassy 53 är en svensk båt som tillverkades mellan 1992 till 2006 i 88 exemplar. Specifikationen för Hallberg-Rassy 53 representeras i tabellen nedan och är hämtat från tillverkarens hemsida¹.

Data Hallberg-Rassy 53	
Designer	Germán Frers
CE-kategori	A - Obegränsad oceansegling
Skrovlängd	16,44 m
Bredd	4,64 m
Djupgående <i>(Kan även erhållas i grundgående version)</i>	2,29 m
Displacement	23 ton
Blyköl, vikt	9 ton
Segelyta med kryssfock	131 m ²
Segelyta med genua	148 m ²
Motor	Volvo Penta TAMD 41 B HD, Volvo Penta D3-110
Effekt kW / HP vid vevaxel	81 / 110
Max vridmoment	342 Nm at 2000 RPM
Dieseltank	850 liter
Vattentank	1020 liter

För att kunna beräkna bärkraften F_B och det moment M_B vilka uppkommer då skrovet sänks ner i vattnet måste man känna till hur båtskrovet är format. I detta arbete har skrovet byggts upp av flera polynom och därefter har volymen under vattenytan integrerats fram.



Figur 1

$v_1 = 0,7$ m (Avståndet till vattenlinjen från lägsta punkten på skrovet)

$v_2 = 0,5$ m (Avståndet till vattenlinjen från främre brytpunkten 2)

$v_3 = 1,5$ m (Avstånd från vattenlinjen till relingen)

¹ Produktblad från Hallberg-Rassy. <www.hallberg-rassy.com> Hämtad 20 april 2007

$u_1 = 6,5$ m (Avstånd från aktern till kölens infästningspunkt)

$u_2 = 15$ m (Avstånd från aktern till brytpunkt 2)

$u_3 = 16$ m (Skrovlängd även kallat längd över alt)

$w_0 = 2,75$ m (Akterbredden på båten)

$D = 2,3$ m (Djupgående)

$m_1 = 14\,000$ kg (Båtkroppens massa exklusive köl)

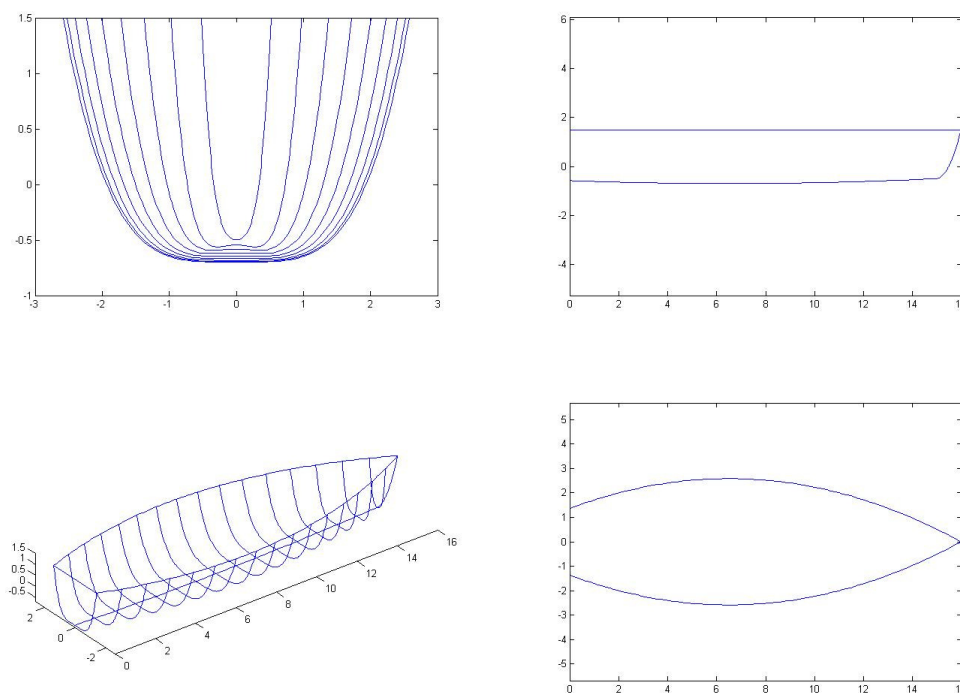
$m_2 =$ Beräknas utifrån övriga data. (Kölens massa)

$m_{\text{tot}} = 24\,000$ kg

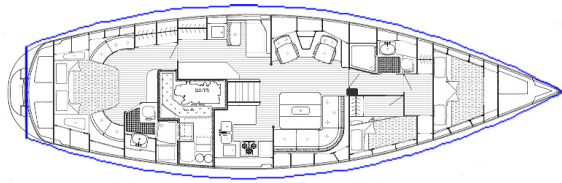
Skrovformen byggs upp med hjälp av ett antal matematiska funktioner. Formen uppifrån byggs upp med två andragsradsfunktioner med villkoren att de skall vara bredast vid kölens infästningspunkt (d.v.s. att derivatan där är noll) samt ha en förutbestämd bredd i aktern och fören.

Från sidan byggs formen också upp av två andragsradsfunktioner. Den första funktionen har förutom de två givna punkterna (u_0, v_0) och (u_2, v_2) villkoret att derivatan skall vara noll vid kölens infästningspunkt. För den andra funktionen har de givna punkterna (u_2, v_2) och (u_3, v_3) förutbestämts och utöver detta har krav ställts på att derivatan i punkten (u_2, v_2) skall anta samma värde för de båda funktionerna.

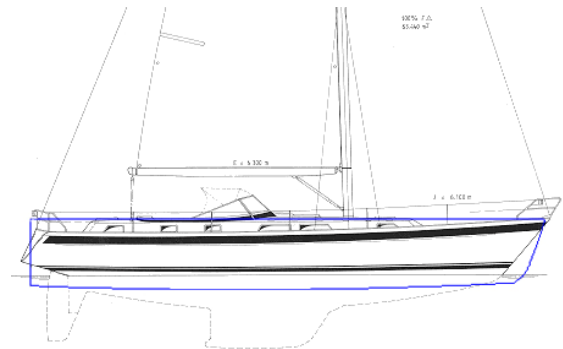
För att slutligen bestämma formen från aktern har fjärdegradsfunktioner använts. Villkoren som ställts på dessa är att de skall vara sammanbundna med de övriga funktionerna samt att de inte skall vara för spetsiga. Exakta detaljer går att utläsa ur matlabkoden i Appendix C. För att få en bild av hur bra approximationen är med den verkliga formen görs här vissa jämförelser.



Figur 2, Skrovform ur Matlab



Figur 3, Jämförelse mot ovansidan



Figur 4, Jämförelse från sidan



Figur 5, Jämförelse 3d

Appendix B, Mekanikmodell

Modellen friläggs och krafter ritas ut, därefter ställs jämvikts- och momentekvationer upp.

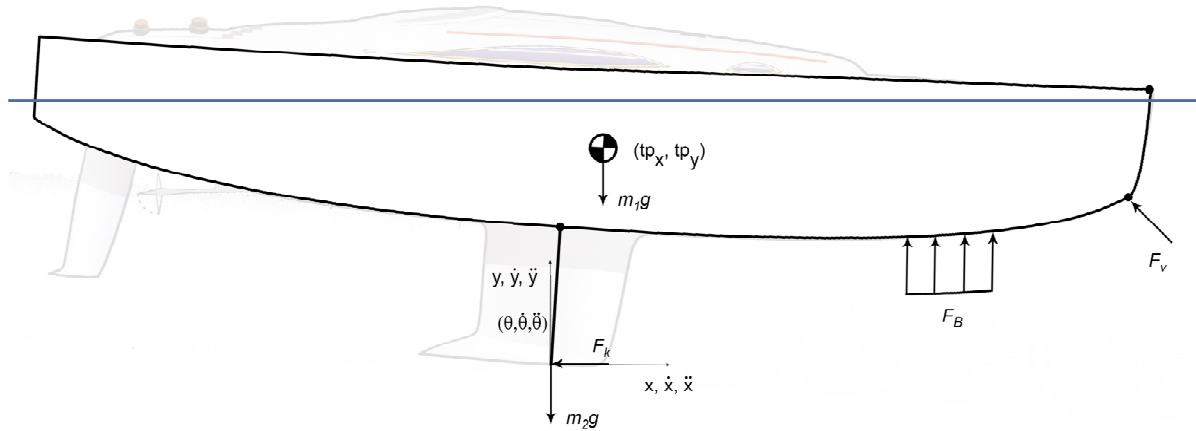


Figure 1

Jämviktsekvationer

Här tecknas kraftjämvikt i x- och y-led. Vinkeln θ är lutningen av båten enligt figur

$$\sum \bar{F} = m\bar{a}_G$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ F_B \end{pmatrix} + F_V \begin{pmatrix} -\cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} F_K \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ (m_1 + m_2)g \end{pmatrix} = m_1 \begin{pmatrix} \ddot{x} + b\ddot{\theta} - a\dot{\theta}^2 \\ \ddot{y} - a\ddot{\theta} - b\dot{\theta}^2 \end{pmatrix} + m_2 \begin{pmatrix} \ddot{x} + d\ddot{\theta} - c\dot{\theta}^2 \\ \ddot{y} - c\ddot{\theta} - d\dot{\theta}^2 \end{pmatrix}$$

Momentekvation

Här tecknas momentjämvikt kring den nedre punkten på kölén där F_K angriper.

$$\sum M_A = \sum I_G \alpha + m \cdot r_{G/A} \cdot a_{G\perp}$$

$$M_B + M_V - m_1 g a - m_2 g c = (I_{G1} + I_{G2})\ddot{\theta} + m_1 [(\ddot{x} + b\ddot{\theta} - a\dot{\theta}^2)b - (\ddot{y} - a\ddot{\theta} - b\dot{\theta}^2)a] + m_2 [(\ddot{x} + d\ddot{\theta} - c\dot{\theta}^2)d - (\ddot{y} - c\ddot{\theta} - d\dot{\theta}^2)c]$$

Styrande differentialekvationer

Sambanden tecknas och formuleras i form av ett matrisproblem med de tre obekanta accelerationerna. Detta är systemets styrande differentialekvation vilken löses med hjälp av Matlabs inbyggda lösare ode45.

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & m_1 b + m_2 d \\ 0 & m_1 + m_2 & -m_1 a - m_2 c \\ m_1 b + m_2 d & -m_1 a - m_2 c & I_{G1} + I_{G2} + m_1(a^2 + b^2) + m_2(c^2 + d^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_V \cos\theta - F_K + \dot{\theta}^2(m_1 a + m_2 c) \\ F_B + F_V \sin\theta - (m_1 + m_2)g + \dot{\theta}^2(m_1 b + m_2 d) \\ M_B + M_V + m_1 g a + m_2 g c \end{bmatrix}$$

Där $F_V = C_D \cdot A \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$ $C_D = 0,2$ då laminär strömning kring en ellipsoid antas.

$$M_V = F_V \cdot r_V$$

$$F_B = \iiint \rho \cdot g \cdot dx dy dz$$

$$M_B = \sum_{i=1}^n F_{Bi} \cdot r_i \quad n = \text{antal element}$$

Kollisionskraften som funktion av förskjutningen i x-led

$$F_K = F_K(x)$$

$$a = \sin(\theta + \varphi) \cdot L_{TP1}$$

$$b = \cos(\theta + \varphi) \cdot L_{TP1}$$

$$c = \sin \theta \cdot L_{TP2}$$

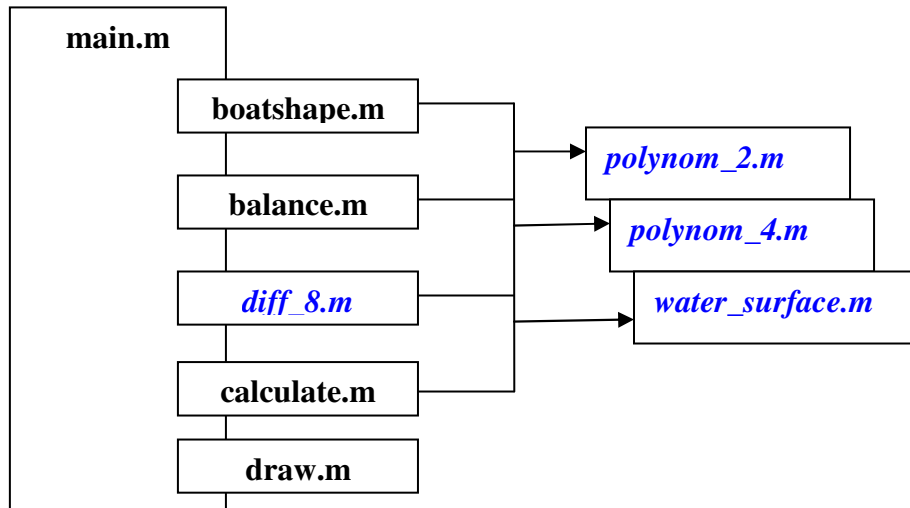
$$d = \cos \theta \cdot L_{TP2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{x_{TP}}{y_{TP}}\right)$$

Appendix C, Flödesschema

Detta appendix syftar till att ge läsaren en kort resumé av hur Matlabprogrammet fungerar. För den intresserade finns även den rena koden sist i detta appendix.

För att öka överskådligheten har programmet delats upp i ett antal underprogram som kommunicerar med varandra enligt flödesschemat nedan.



Först nollställs alla gamla data och kommandon. Därefter deklarerar ett antal variabler som globala vilket innebär att variablerna även blir synliga för funktionsfilerna. De filer vilka är så kallade funktionsfiler är kursiverade i figuren ovan. Efter att ett antal variabler och materialparametrar, t.ex. vattnets densitet, materialens fjäderegenskaper, formparametrar m.m deklarerats anropas filen *boatshape.m*. Filen skissar med hjälp av de givna formparametrarna upp båtskrovet och representerar detta i ett fönster med tre planvyer och en tredimensionell bild av skrovet. För framtiden sparas flera värden för att kunna användas senare, t.ex. vid volymsberäkningen.

För att få skrovet i balans körs filen *balance.m* där det beräknas hur stor massan på kölen ska vara samt placeringen av skrovets tyngdpunkt då båten ligger i vila.

För att kunna köra *diff_8.m* måste startvillkor anges samt under hur långt tidsintervall man vill köra programmet. Därefter löser Matlab differentialekvationerna med hjälp av den inbyggda lösaren *ode45*. När körningen är klar returneras värden på x, y och θ samt deras derivatorer. Dessa värden sparas för att sedan kunna användas vid beräkningen av kraften i kollisionspunkten i filen *calculate.m*. Slutligen anropas filen *draw.m* där vissa storheter plottas. Filerna *polynom_2.m*, *polynom_4.m* och *water_surface.m* är rena funktionsfiler som vid anrop genererar ett givet tal beroende på vilka inparametrar de får.

Main

```
% =====  
% = main.m =  
% =====  
clear  
clc  
  
% Båtens parametrar  
global k1 k2 k3 k4 k5 k6 k7 k8 l c1 Cd  
global v1 v2 v3 u1 u2 u3 w0 Ltp1 Ltp2 Lk D m1 m2 ra g x_tp y_tp  
global konst1 konst2 konst4 konst5  
  
% Material- och medieparametrar  
ra=1000; % Vattnets densitet  
g=9.81; % Gravitationskonstant  
Cd=0.2; % Motståndsparemeter för vattnet  
v_knop=15; % Båtens hastighet [knop]  
% Båtparametrar  
v1=0.7; % Avstånd från vattenlinjen till kölens infästningspunkt  
v2=0.5; % Avstånd till vattenlinjen till brytpunkt 2  
v3=1.5; % Avstånd till relingen  
u1=6.5; % Avstånd från 0 till brytpunkt 1  
u2=15; % Avstånd från 0 till brytpunkt 2 (Kölinfästningspunkt)  
u3=16; % Avstånd från 0 till brytpunkt 3 (Längd överallt)  
w0=2.75; % Akterbredd  
D=2.3; % Djupgående  
  
m1=14000; % Båtens vikt (exklusive köl)  
y_tp=1.8; % Tyngdpunkt i y-led (höjddled)  
  
% Materialparametrar  
% k1-k6 parametrar för icke ilnjär fjädrer som genererar en fjäderkraft  
% enligt  $F_k=k_1*x^5+k_2*x^4+k_3*x^3+k_4*x^2+k_5*x+k_6$   
k1=0;  
k2=8e9;  
k3=9e8;  
k4=-4e8;  
k5=3e7;  
k6=1.05e5;  
% k7 och k8 används då man vill approximera fjäderkraften med två olika  
% funktioner används vid då man använder aluminium skum, kraften  
% genereras enligt  $F_k=k_7*e^{(k_8*x)}$  parametern l anger var brytningen  
% sker mellan dessa två kurvor  
k7=1.37e5;  
k8=1.68e1;  
l=0.1;  
% c1 används då man har en linjär dämpare som ger en kraft enligt  
%  $F_d=c_1*x$   
c1=0;  
  
boatshape % Anrop av boatshaoe.m  
balance % Anrop av balance.m  
  
% Parametrar som kan beräknas  
Lk=D-v1; % Kölens längd  
Ltp1=sqrt((x_tp)^2+(y_tp)^2); % Avståndet från kölens nedre punkt  
% till båtens tyngdpunkt  
Ltp2=0.0*Lk; % Avståndet från kölens nedre punkt
```

```

v=v_knop*1.852/3.6;
m2=(Fb/g-m1);
x_tp=-Mb/g/m1;

% till kölens tyngdpunkt
% hastighet i [m/s]
% Kölens vikt
% Tyngdpunkt i x-led

% Startvillkor
th_0=0*pi/180;
th_dot_0=0;
x_0=0;
x_dot_0=v;
y_0=0;
y_dot_0=0;
t_max=0.5;

% Lösare
options=odeset('RelTol',1e-6,'AbsTol',1e-10);
[t_vek,Z]=ode45('diff_8',[0 t_max],[th_0 th_dot_0 x_0 x_dot_0 y_0
y_dot_0],options);

th=Z(:,1);
th_dot=Z(:,2);
x=Z(:,3);
x_dot=Z(:,4);
y=Z(:,5);
y_dot=Z(:,6);

calculate % Anrop av calculate.m
draw % Anrop av draw.m

% Givna data sparas under i en matris
Spara=[t_vek th*180/pi th_dot th_dot_dot' x*1000 x_dot*1000
x_dot_dot'*1000 y*1000 y_dot*1000 y_dot_dot'*1000 F_k/1000];

% =====

```

Boatshape

```
%=====
%=          boatshape.m                               =
%=====

%-----
% Botten
% Funktion 1
A1=[2*u1 1 0;
    u1^2 u1 1;
    u2^2 u2 1];

b1=[0;-v1;-v2];
konst1=A1\b1;
subplot(2,2,2)
x=linspace(0,u2,100);

plot(x,polynom_2(x,konst1))
axis equal
hold on

subplot(2,2,3)
z=zeros(1,length(x));
plot3(x,z,polynom_2(x,konst1))
hold on

% Funktion 2
A2=[2*u2 1 0;
    u2^2 u2 1;
    u3^2 u3 1];

b2=[2*konst1(1)*u2+konst1(2);-v2;v3];

konst2=A2\b2;

subplot(2,2,2)
x=linspace(u2,u3,100);
plot(x,polynom_2(x,konst2))
axis equal
hold on

subplot(2,2,3)
z=zeros(1,length(x));
plot3(x,z,polynom_2(x,konst2))
hold on

%-----
% Uppifrån
% Funktion 4
A4=[2*u1 1 0;
    0 0 1;
    u3^2 u3 1];

b4=[0;w0/2;0];

konst4=A4\b4;
```

```

subplot(2,2,4)
x=linspace(0,u3,100);
plot(x,polynom_2(x,konst4))
axis equal
hold on

subplot(2,2,3)
y=v3*ones(1,length(x));
plot3(x,polynom_2(x,konst4),y)
hold on

% Funktion 5
A5=[2*u1 1 0;
     0 0 1;
     u3^2 u3 1];

b5=[0;-w0/2;0];

konst5=A5\b5;

subplot(2,2,4)
x=linspace(0,u3,100);
plot(x,polynom_2(x,konst5))
axis equal

subplot(2,2,3)
y=v3*ones(1,length(x));
plot3(x,polynom_2(x,konst5),y)
hold on

%-----
% Sidan
n=1;

for i=1:u2*n

    f1=polynom_2((i-1)/n,konst1);
    f4=polynom_2((i-1)/n,konst4);
    f5=polynom_2((i-1)/n,konst5);

    subplot(2,2,3)

% Funktion 6
A6=[0 0 0 1;
     f4^4 f4^3 f4^2 1
     f5^4 f5^3 f5^2 1
     (0.75*f4)^4 (0.75*f4)^3 (0.75*f4)^2 1];

b6=[f1;v3;v3;0];

konst6=A6\b6;

subplot(2,2,1)
z=linspace(f4,f5,100);
plot(z,polynom_4(z,konst6))
hold on

subplot(2,2,3)

```

```

        x=(i-1)/n*ones(1,length(z));
        plot3(x,z,polynom_4(z,konst6))
        axis equal
        hold on

    end

    for i=(u2+1):u3
        f2=polynom_2((i-1),konst2);
        f4=polynom_2((i-1),konst4);
        f5=polynom_2((i-1),konst5);

    % Funktion 6
        A6=[0 0 0 1;
            f4^4 f4^3 f4^2 1
            f5^4 f5^3 f5^2 1
            (0.65*f4)^4 (0.65*f4)^3 (0.65*f4)^2 1];

        b6=[f2;v3;v3;0];

        konst6=A6\b6;

        subplot(2,2,1)
        z=linspace(f4,f5,100);
        plot(z,polynom_4(z,konst6))
        hold on

        subplot(2,2,3)
        x=(i-1)*ones(1,length(z));
        plot3(x,z,polynom_4(z,konst6))
        axis equal
        hold on

    end

%-----
% Akter
    x=[0 0];
    y=[v3 v3];

    z=polynom_2(-konst4(2)/(2*konst4(1)),konst5)*[1 -1];
    subplot(2,2,1)
    plot(z,y)
    hold on

    z=[w0/2 -w0/2];
    subplot(2,2,3)
    plot3(x,z,y)
    hold on

    x=[0 16];
    subplot(2,2,2)
    plot(x,y)
    axis equal
    hold on

%=====

```

Balance

```
% =====  
% = balance.m =  
% =====  
th=0;  
y=0;  
Mb=0;  
Fb=0;  
  
% -----  
% - Lyftkraften och momentet pga undanträngt vatten -  
% -----  
% Fb är riktad uppåt  
% Mb är riktad medurs  
n=1; % Antal delar per meter vid 'numerisk' integration  
for i=1:u3*n  
  
f1=polynom_2(((i-1)/n),konst1);  
f2=polynom_2(((i-1)/n),konst2);  
f3=water_surface(((i-1)/n),th,y);  
f4=polynom_2(((i-1)/n),konst4);  
f5=polynom_2(((i-1)/n),konst5);  
  
if i<u2*n  
    % funktion 6  
    A6=[0 0 0 1;  
        f4^4 f4^3 f4^2 1  
        f5^4 f5^3 f5^2 1  
        (0.75*f4)^4 (0.75*f4)^3 (0.75*f4)^2 1];  
  
    b6=[f1;v3;v3;0];  
    konst6=A6\b6;  
    H=(f3-f1);  
  
else  
    % funktion 6  
    A6=[0 0 0 1;  
        f4^4 f4^3 f4^2 1  
        f5^4 f5^3 f5^2 1  
        (0.65*f4)^4 (0.65*f4)^3 (0.65*f4)^2 1];  
  
    b6=[f2;v3;v3;0];  
    konst6=A6\b6;  
    H=(f3-f2);  
  
end  
  
if H>0  
    c=[konst6(1) konst6(2) konst6(3) 0 konst6(4)-f3];  
    z1=max(real(roots(c)));  
    Vol(i,:)=2*1/n*(f3*z1-konst6(1)/5*z1^5-konst6(2)/4*z1^4-  
konst6(3)/3*z1^3-konst6(4)*z1);  
  
    % En ny vinkel införs tillsammans med vektorns längd från  
    % kölens nedre punkt till volymselementets tyngdpunkt, P.  
    phi=atan((((i-1/2)/n)-(u1))/(D+f3-0.4*H));  
    Lp=sqrt((((i-1/2)/n)-(u1))^2+(D+f3-0.4*H)^2);  
  
if Vol(i)>0
```

```

                Fb=Fb+Vol(i,:)*ra*g;
                Mb=Mb-Vol(i,:)*ra*g*(sin(th+phi)*Lp);
            end
        end
    end
%=====

```

Diff_8

```

% =====
% = diff_8.m =
% =====

```

```

function [zprim]=diff_8(t,z,flag)

global k1 k2 k3 k4 k5 k6 k7 k8 c1 Cd
global v1 v2 v3 u1 u2 u3 w0 Ltp1 Ltp2 Lk D m1 m2 ra g x_tp y_tp
global konst1 konst2 konst4 konst5
% z(1) = vinkel
% z(2) = vinkelhastighet
% z(3) = läge i x-led
% z(4) = hastighet i x-led
% z(5) = läge i y-led
% z(6) = hastighet i y-led

% zprim(1) = z(2)
% zprim(2) = .... vinkelacceleration
% zprim(3) = z(4)
% zprim(4) = .... acceleration i x-led
% zprim(5) = z(6)
% zprim(6) = .... acceleration i y-led

Fb=0;
Mb=0;

% -----
% -      Här beräknas den undanträngda volymen, lyftkraft och lyftmoment      -
% -----
%      Fb är riktad uppåt
%      Mb är riktad medurs
n=1;    % Antal delar per meter vid 'numerisk' integration

for i=1:u3*n

    f1=polynom_2(((i-1)/n),konst1);
    f2=polynom_2(((i-1)/n),konst2);
    f3=water_surface(((i-1)/n),z(1),z(5));
    f4=polynom_2(((i-1)/n),konst4);
    f5=polynom_2(((i-1)/n),konst5);

    if i<u2*n
        % funktion 6
        A6=[0 0 0 1;
            f4^4 f4^3 f4^2 1
            f5^4 f5^3 f5^2 1
            (0.75*f4)^4 (0.75*f4)^3 (0.75*f4)^2 1];

        b6=[f1;v3;v3;0];
        konst6=A6\b6;
    end
end

```



```

        H=(f3-f1);

    else
        % funktion 6
        A6=[0 0 0 1;
            f4^4 f4^3 f4^2 1
            f5^4 f5^3 f5^2 1
            (0.65*f4)^4 (0.65*f4)^3 (0.65*f4)^2 1];

        b6=[f2;v3;v3;0];
        konst6=A6\b6;
        H=(f3-f2);

    end

    if H>0
        c=[konst6(1) konst6(2) konst6(3) 0 konst6(4)-f3];
        z1=max(real(roots(c)));
        Vol(i,:)=2*1/n*(f3*z1-konst6(1)/5*z1^5-konst6(2)/4*z1^4-
konst6(3)/3*z1^3-konst6(4)*z1);

        % En ny vinkel införs tillsammans med vektorns längd från
        % kölens nedre punkt till volymselementets tyngdpunkt, P.
        phi=atan(((i-1/2)/n)-(u1))/(D+f3-0.4*H);
        Lp=sqrt(((i-1/2)/n)-(u1))^2+(D+f3-0.4*H)^2);

        if Vol(i)>0
            Fb=Fb+Vol(i,:)*ra*g;
            Mb=Mb-Vol(i,:)*ra*g*(sin(z(1)+phi)*Lp);
        end
    end

end

% -----
% -      Friktionskraft från vattnet      -
% -----
if z(1)>0
    c=[konst2(1) konst2(2)-tan(z(1)+pi/180) konst2(3)-((D-
z(5))*(1/cos(z(1)+pi/180)-1)-(u1)*tan(z(1)+pi/180)-z(5))];
    z1=max(real(roots(c)));

    Lillaxeln=2;
    Storaxeln=(z1-u1);
    Area=pi*Lillaxeln/2*Storaxeln/2;

    r1=((u2-u1)^2+(Lk+v1-v2)^2)^0.5;
    ksi=atan((u2-u1)/(Lk+v1-v2));

    v=r1*z(2)+z(4)*cos(ksi+z(1))-z(6)*sin(ksi+z(1));

    if v>0
        Fv=Cd*pi*Area*ra*v^2/2;
    else
        Fv=-Cd*pi*Area*ra*v^2/2;
    end

    Mv=-Fv*r1;
else
    Lillaxeln=2;

```

```

Storaxeln=u1;
Area=pi*Lillaxeln/2*Storaxeln/2;

r1=((u1)^2+(Lk)^2)^0.5;
ksi=atan((-u1)/(Lk));

v=r1*z(2)+z(4)*cos(ksi+z(1))-z(6)*sin(ksi+z(1));

if v<0
    Fv=-Cd*pi*Area*ra*v^2/2;
else
    Fv=Cd*pi*Area*ra*v^2/2;
end

Mv=-Fv*r1;

end

% -----
% -      Krafter vid grundet      -
% -----
% Fjäder och Dämpare
if z(3)>0
    if z(3)>0.1
        k=k7*exp(k8*z(3));
    else
        k=k1*z(3)^5+k2*z(3)^4+k3*z(3)^3+k4*z(3)^2+k5*z(3)+k6;
    end
    c_d=c1;
else
    k=0;
    c_d=0;
end

% -----
% -      Styrande diff      -
% -----
% Längder
xi=atan(x_tp/y_tp);
a=cos(z(1)+xi)*Ltp1;
b=sin(z(1)+xi)*Ltp1;
c=sin(z(1))*Ltp2;
d=cos(z(1))*Ltp2;

% Masströghetsmoment
Ig1=208/320*m1*v1^2;
Ig2=m2/12*Lk^2;

A=[m1+m2 0 m1*b+m2*d;
    0 m1+m2 -m1*a-m2*c;
    m1*b+m2*d -m1*a-m2*c Ig1+Ig2+m1*(a^2+b^2)+m2*(c^2+d^2)];

B=[-Fv*cos(z(1)+ksi)-k-c_d*z(4)+z(2)^2*(m1*a+m2*c);
    Fb+Fv*sin(z(1)+ksi)-(m1+m2)*g+z(2)^2*(m1*b+m2*d);
    Mb+Mv+m1*g*a+m2*g*c];

dot_dot=A\B;

%Samband

```

```

zprim=zeros(4,1);
zprim(1)=z(2);
zprim(2)=dot_dot(3);
zprim(3)=z(4);
zprim(4)=dot_dot(1);
zprim(5)=z(6);
zprim(6)=dot_dot(2);

```

```

%=====

```

Calculate

```

% =====
% = calculate.m =
% =====
% Här beräknas reaktionskrafter och accelerationer i x-, y- och th-led
% reaktionskrafterna är de som uppstår vid infästningen av kölen mot
% båtskråvet. För att köra denna fil måste en simulering via main.m ha
% körts översättningen mellan variablerna syns nedan
%     z(1)=th
%     z(2)=th_dot
%     z(3)=x
%     z(4)=x_dot
%     z(5)=y
%     z(6)=y_dot

stop=length(t_vek); % Talar om hur många tidssteg som har använts
Fb=zeros(stop,1);
Mb=zeros(stop,1);

for ii=1:stop % Loopar från 1 till antal tidssteg

% -----
% - Lyftkraften och momentet pga undanträngt vatten -
% -----
%     Fb är riktad uppåt
%     Mb är riktad medurs
n=1; % Antal delar per meter vid 'numerisk' integration
for i=1:u3*n

f1=polynom_2(((i-1)/n),konst1);
f2=polynom_2(((i-1)/n),konst2);
f3=water_surface(((i-1)/n),th(ii),y(ii));
f4=polynom_2(((i-1)/n),konst4);
f5=polynom_2(((i-1)/n),konst5);

    if i<u2*n
        % funktion 6
        A6=[0 0 0 1;
            f4^4 f4^3 f4^2 1
            f5^4 f5^3 f5^2 1
            (0.75*f4)^4 (0.75*f4)^3 (0.75*f4)^2 1];

        b6=[f1;v3;v3;0];
        konst6=A6\b6;
        H=(f3-f1);

    else
        % funktion 6

```

```

A6=[0 0 0 1;
    f4^4 f4^3 f4^2 1
    f5^4 f5^3 f5^2 1
    (0.65*f4)^4 (0.65*f4)^3 (0.65*f4)^2 1];

b6=[f2;v3;v3;0];
konst6=A6\b6;
H=(f3-f2);

end

if H>0
    c=[konst6(1) konst6(2) konst6(3) 0 konst6(4)-f3];
    z1=max(real(roots(c)));
    Vol(i,:)=2*1/n*(f3*z1-konst6(1)/5*z1^5-konst6(2)/4*z1^4-
konst6(3)/3*z1^3-konst6(4)*z1);

    % En ny vinkel införs tillsammans med vektorns längd från
    % kölens nedre punkt till volymselementets tyngdpunkt, P.
    phi=atan(((i-1/2)/n)-(u1))/(D+f3-0.4*H);
    Lp=sqrt(((i-1/2)/n)-(u1))^2+(D+f3-0.4*H)^2);

    if Vol(i)>0
        Fb(ii)=Fb(ii)+Vol(i,:)*ra*g;
        Mb(ii)=Mb(ii)-Vol(i,:)*ra*g*(sin(th(ii)+phi)*Lp);
    end
end
end

% -----
% -      Friktionskraft från vattnet      -
% -----
if th(ii)>0
    c=[konst2(1) konst2(2)-tan(th(ii)+pi/180) konst2(3)-((D-
y(ii))*(1/cos(th(ii)+pi/180)-1)-(u1)*tan(th(ii)+pi/180)-y(ii))];
    z1=max(real(roots(c)));

    Lillaxeln=2.5;
    Storaxeln=(z1-u1);
    Area=pi*Lillaxeln/2*Storaxeln/2;

    r1=((u2-u1)^2+(Lk+v1-v2)^2)^0.5;
    ksi=atan((u2-u1)/(Lk+v1-v2));

    v(ii)=r1*th_dot(ii)+x_dot(ii)*cos(ksi+th(ii))-
y_dot(ii)*sin(ksi+th(ii));

    if v(ii)>0
        Fv(ii)=Cd*pi*Area*ra*v(ii)^2/2;
    else
        Fv(ii)=-Cd*pi*Area*ra*v(ii)^2/2;
    end

    Mv(ii)=-Fv(ii)*r1;
else
    Lillaxeln=2.5;
    Storaxeln=u1;
    Area=pi*Lillaxeln/2*Storaxeln/2;

```

```

r1=((u1)^2+(Lk)^2)^0.5;
ksi=atan((-u1)/(Lk));

v(ii)=r1*th_dot(ii)+x_dot(ii)*cos(ksi+th(ii))-
y_dot(ii)*sin(ksi+th(ii));

if v(ii)<0
    Fv(ii)=-Cd*pi*Area*ra*v(ii)^2/2;
else
    Fv(ii)=Cd*pi*Area*ra*v(ii)^2/2;
end

Mv(ii)=-Fv(ii)*r1;

end

% -----
% -      Krafter vid grundet      -
% -----

% Fjäder och Dämpare
if x(ii)>=0
    if x(ii)>1
        k(ii)=k7*exp(k8*x(ii));
    else
        k(ii)=k1*x(ii)^5+k2*x(ii)^4+k3*x(ii)^3+k4*x(ii)^2+k5*x(ii)+k6;
    end
    c_d(ii)=c1;
else
    k(ii)=0;
    c_d(ii)=0;
end

% -----
% -      Styrande diff      -
% -----

% Längder
xi=atan(x_tp/y_tp);
a=cos(th(ii)+xi)*Ltp1;
b=sin(th(ii)+xi)*Ltp1;
c=sin(th(ii))*Ltp2;
d=cos(th(ii))*Ltp2;

% Masströghetsmoment
Ig1=208/320*m1*v1^2;
Ig2=m2/12*Lk^2;

A=[m1+m2 0 m1*b+m2*d;
    0 m1+m2 -m1*a-m2*c;
    m1*b+m2*d -m1*a-m2*c Ig1+Ig2+m1*(a^2+b^2)+m2*(c^2+d^2)];

B=[-Fv(ii)*cos(th(ii)+ksi)-k(ii)-
c_d(ii)*x_dot(ii)+th_dot(ii)^2*(m1*a+m2*c);
    Fb(ii)+Fv(ii)*sin(th(ii)+ksi)-(m1+m2)*g+th_dot(ii)^2*(m1*b+m2*d);
    Mb(ii)+Mv(ii)+m1*g*a+m2*g*c];

dot_dot=A\B;

```

```

        x_dot_dot(1,ii)=dot_dot(1);
        y_dot_dot(1,ii)=dot_dot(2);
        th_dot_dot(1,ii)=dot_dot(3);
end

% -----
% -      Reaktionskrafter vid kölens infästning      -
% -----
for ii=1:stop
    F_k(ii,1)=k(ii)+c_d(ii)*x_dot(ii);
end

%=====

```

Draw

```

% =====
% = draw.m =
% =====

figure(2)
plot(t_vek,th*180/pi)
title('Tid mot vinkeln')
xlabel('Tid [s]')
ylabel('Vinkel [grader]')

figure(3)
plot(t_vek,th_dot)
title('Tid mot vinkelhastighet')
xlabel('Tid [s]')
ylabel('Vinkelhastighet [rad/s]')

figure(4)
plot(t_vek,th_dot_dot)
title('Tid mot vinkelacceleration')
xlabel('Tid [s]')
ylabel('Vinkelacceleration [rad/s^2]')

figure(5)
plot(t_vek,x*1000)
title('Tid mot x-läge')
xlabel('Tid [s]')
ylabel('Position x-led [mm]')

figure(6)
plot(t_vek,x_dot*1000)
title('Tid mot hastighet i x-led')
xlabel('Tid [s]')
ylabel('Hastighet x-led [mm/s]')

figure(7)
plot(t_vek,x_dot_dot*1000)
title('Tid mot acceleration i x-led')
xlabel('Tid [s]')
ylabel('Acceleration o x-led [mm/s^2]')

figure(8)
plot(t_vek,y*1000)
title('Tid mot y-läge')

```

```

xlabel('Tid [s]')
ylabel('Position y-led [mm]')

figure(9)
plot(t_vek,y_dot*1000)
title('Tid mot hastighet i y-led')
xlabel('Tid [s]')
ylabel('Hastighet y-led [mm/s]')

figure(10)
plot(t_vek,y_dot_dot*1000)
title('Tid mot acceleration i y-led')
xlabel('Tid [s]')
ylabel('Acceleration o y-led [mm/s^2]')

figure(14)
plot(t_vek,F_k/1000)
title('Tid mot kollisionskraft')
xlabel('Tid [s]')
ylabel('Kraft [kN]')

```

```

% =====

```

Polynom_2

```

% =====
% = polynom_2.m =
% =====
function g=polynom_2(x,konst)

    g=konst(1)*x.^2+konst(2)*x+konst(3);
% =====

```

Polynom_4

```

% =====
% = polynom_4.m =
% =====
function g=polynom_4(z,konst6)

    g=konst6(1)*z.^4+konst6(2)*z.^3+konst6(3)*z.^2+konst6(4);
% =====

```

Water_surface

```

% =====
% = water_surface.m =
% =====
function g=water_surface(x,th,y)

    global D u1
    g=tan(th+pi/180)*x+(D-y)*(1/cos(th+pi/180)-1)-(u1)*tan(th+pi/180)-y;
% =====

```